

## Περιεχόμενα

|                                                       |           |
|-------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Εισαγωγή</b>                                       | <b>v</b>  |
| <b>Κεφάλαιο 0</b>                                     |           |
| <b>Μεταθετικοί Δακτύλιοι, Ιδεώδη</b>                  | <b>1</b>  |
| 0.1 Συμβολισμοί                                       | 1         |
| 0.2 Δακτύλιοι, Παραδείγματα                           | 1         |
| 0.3 Ομομορφισμοί Δακτυλίων, Ιδεώδη                    | 4         |
| 0.4 Κατασκευή Νέων Δακτυλίων                          | 7         |
| 0.5 Ακέραιες Περιοχές και Σώματα                      | 8         |
| 0.6 Πρώτα και Μέγιστα Ιδεώδη                          | 10        |
| 0.7 Σώμα Πηλίκων                                      | 11        |
| 0.8 Επεκτάσεις Σωμάτων                                | 12        |
| 0.9 Θεμελιώδες Θεώρημα Συμμετρικών Συναρτήσεων        | 14        |
| <b>Κεφάλαιο 1</b>                                     |           |
| <b>Παραγοντοποίηση σε Ακέραιες Περιοχές</b>           | <b>21</b> |
| 1.1 Ορισμοί και Παραδείγματα                          | 21        |
| 1.2 Κύρια Ιδεώδη και Παραγοντοποίηση                  | 24        |
| 1.3 Περιοχές Μοναδικής Παραγοντοποίησης και Πολυώνυμα | 28        |
| 1.4 Εφαρμογή: Τα μέγιστα Ιδεώδη του $\mathbb{Z}[x]$   | 32        |
| 1.5 Ευκλείδειες Περιοχές                              | 35        |
| <b>Κεφάλαιο 2</b>                                     |           |
| <b>Επίπεδες Καμπύλες</b>                              |           |
| <b>Μια πρώτη γεύση Αλγεβρικής Γεωμετρίας</b>          | <b>41</b> |
| 2.1 Ρητές καμπύλες                                    | 41        |
| 2.2 Ρητές Καμπύλες και Υπερβατικές Επεκτάσεις         | 45        |
| 2.3 Ισομορφισμός Καμπυλών                             | 49        |
| 2.4 Θεώρημα του Bezout και Θεώρημα του Pascal         | 53        |
| 2.5 Κυβικές Καμπύλες ως Ομάδες                        | 56        |
| <b>Κεφάλαιο 3</b>                                     |           |
| <b>Πρότυπα</b>                                        | <b>61</b> |
| 3.1 Ορισμοί και Παραδείγματα                          | 61        |
| 3.2 Ομομορφισμοί                                      | 65        |
| 3.3 Ακριβείς Ακολουθίες                               | 69        |
| 3.4 Ελεύθερα Πρότυπα                                  | 72        |
| 3.5 Λήμμα του Zorn και Εφαρμογές                      | 74        |
| 3.6 Πληθάριθμος Βάσης Ελεύθερου Προτύπου              | 77        |
| 3.7 Υποπρότυπα Ελεύθερων Προτύπων                     | 79        |
| <b>Κεφάλαιο 4</b>                                     |           |
| <b>Δακτύλιοι της Noether</b>                          | <b>83</b> |
| 4.1 Ορισμός και Παραδείγματα                          | 83        |
| 4.2 Θεώρημα Βάσης του Hilbert                         | 85        |
| 4.3 Πρώτα Ιδεώδη και Δυναμοσειρές                     | 87        |

|                                                             |            |
|-------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Κεφάλαιο 5</b>                                           |            |
| <b>Συνθήκες Αλυσίδων και Πρότυπα</b>                        | <b>93</b>  |
| 5.1 Ορισμός και Παραδείγματα                                | 93         |
| 5.2 Ιδιότητες                                               | 96         |
| 5.3 Συνθετικές Σειρές                                       | 100        |
| <b>Κεφάλαιο 6</b>                                           |            |
| <b>Δακτύλιοι του Artin</b>                                  | <b>105</b> |
| 6.1 Ριζικό Ιδεώδους                                         | 105        |
| 6.2 Δακτύλιοι του Artin είναι Δακτύλιοι της Noether         | 107        |
| 6.3 Πρωταρχικά Ιδεώδη                                       | 111        |
| <b>Κεφάλαιο 7</b>                                           |            |
| <b>Ακέραια εξάρτηση και Κανονικοποίηση της Noether</b>      | <b>115</b> |
| 7.1 Τέχνασμα της Ορίζουσας                                  | 115        |
| 7.2 Ακέραια Εξάρτηση                                        | 118        |
| 7.3 Κανονικοποίηση της Noether                              | 121        |
| 7.4 Εφαρμογή: Αναλλοίωτες Πεπερασμένων Ομάδων               | 124        |
| <b>Κεφάλαιο 8</b>                                           |            |
| <b>Ομοπαράλληλικές Πολλαπλότητες και το Nullstellensatz</b> | <b>129</b> |
| 8.1 Ομοπαράλληλικές Πολλαπλότητες                           | 129        |
| 8.2 Nullstellensatz                                         | 134        |
| 8.3 Απεικονίσεις Ομοπαράλληλικών Πολλαπλοτήτων              | 142        |
| <b>Κεφάλαιο 9</b>                                           |            |
| <b>Αλγεβρικοί Ακέραιοι</b>                                  | <b>155</b> |
| 9.1 Αριθμητικά Σώματα                                       | 155        |
| 9.2 Διακρίνουσα Βάσης                                       | 159        |
| 9.3 Αλγεβρικοί Ακέραιοι, Ακέραιες Βάσεις                    | 163        |
| 9.4 Παράδειγμα: Τετραγωνικά Σώματα                          | 170        |
| 9.5 Εφαρμογή: Διοφαντικές εξισώσεις                         | 172        |
| <b>Κεφάλαιο 10</b>                                          |            |
| <b>Τοπικοποίηση</b>                                         | <b>181</b> |
| 10.1 Τοπικοποίηση                                           | 181        |
| 10.2 Ιδεώδη του $S^{-1}R$                                   | 187        |
| 10.3 Πρότυπα Πηλίκων                                        | 193        |
| <b>Κεφάλαιο 11</b>                                          |            |
| <b>Πρωταρχική Ανάλυση</b>                                   | <b>199</b> |
| 11.1 Πρωταρχική Ανάλυση                                     | 199        |
| 11.2 1 <sup>ο</sup> Θεώρημα Μοναδικότητας                   | 202        |
| 11.3 2 <sup>ο</sup> Θεώρημα Μοναδικότητας                   | 205        |
| 11.4 Εφαρμογή: Θεώρημα Τομής του Krull                      | 208        |
| <b>Κεφάλαιο 12</b>                                          |            |
| <b>Δακτύλιοι Διακριτής Εκτίμησης</b>                        | <b>213</b> |
| 12.1 Δακτύλιοι Διακριτής Εκτίμησης                          | 213        |

|      |                                             |            |
|------|---------------------------------------------|------------|
| 12.2 | χαρακτηρισμός Δακτυλίων Διακριτής Εκτίμησης | 215        |
|      | <b>Βιβλιογραφία</b>                         | <b>221</b> |
|      | <b>Ευρετήριο</b>                            | <b>223</b> |