

1	ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ	3
1.1	Γενικά	3
1.2	Ορισμοί	4
1.3	Στοιχειώδεις Πράξεις Μεταξύ Διανυσμάτων	8
1.3.1	Γινόμενο Αριθμού επί Διάνυσμα	8
1.3.2	Άθροισμα-Διαφορά Διανυσμάτων	8
1.4	Η Έννοια του Διανυσματικού Χώρου	10
1.5	Διανυσματικοί Υποχώροι	14
1.6	Βάση-Διάσταση και Συντεταγμένες Διανύσματος σε έναν Τριδιάστατο Χώρο	18
1.6.1	Οι Συντεταγμένες Σημείου σε Ορθογώνια και Πλαγιογώνια Συστήματα Συντεταγμένων . . .	24
1.7	Εσωτερικό Γινόμενο και Γωνία Δυο Διανυσμάτων	30
1.8	Διανυσματική Μονάδα-Συνημίτονα Κατεύθυνσης Διανύ- σματος του E_3	36
1.9	Ο Μειτρικός Τανυστής του Χώρου E_3	39
1.10	Προσανατολισμός του E_3	41
1.11	Κατασκευή Ορθομοναδιαίας Βάσης στον E_3 -Μέθοδος Gram- Schmidt	43
1.12	Η Ανισοϊσότητα Cauchy-Schwarz	44
1.13	Οι Ανισοϊσότητες Τριγώνου	45
1.14	Εξωτερικό Γινόμενο Διανυσμάτων και η Προσανατολι- σμένη Γωνία	46

1.15	Διανυσματικά Γινόμενα με Τρία ή Περισσότερα Διανύσματα	47
1.16	Διανυσματική Παραμετρική Εξίσωση Ευθείας-Επιπέδου	49
1.17	Λυμένες Ασκήσεις	51
1.18	Άλυτες Ασκήσεις	58
2	ΠΙΝΑΚΕΣ	65
2.1	Εισαγωγικές Έννοιες	65
2.2	Άλγεβρα Πινάκων	66
2.3	Ειδικοί Τύποι Πινάκων	71
2.3.1	Συμμετρικοί-Αντισυμμετρικοί-Ορθογώνιοι Πίνακες	75
2.3.2	Μιγαδικός Συζυγής-Ερμιτιανός Συζυγής Πίνακας	76
2.4	Στοιχειώδεις Μετασχηματισμοί-Στοιχειώδεις Πίνακες .	78
2.5	Εφαρμογές των Στοιχειωδών Μετασχηματισμών	84
2.5.1	Στοιχειώδεις Μετασχηματισμοί Γραμμών	85
2.5.2	Στοιχειώδεις Μετασχηματισμοί Σηλών	87
2.6	Ισοδύναμοι-Όμοιοι-Κανονικοί Πίνακες	88
2.7	Χώροι με Εσωτερικό Γινόμενο	92
2.8	Παραγωγή-Ολοκλήρωση Πίνακα	104
2.9	Λυμένες Ασκήσεις	105
2.10	Άλυτες Ασκήσεις	109
3	ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ	115
3.1	Εισαγωγικές Έννοιες	115
3.2	Ιδιότητες των Οριζουσών	117
3.3	Ορίζουσες n -τάξης	122
3.3.1	Περισσότερες Ιδιότητες Οριζουσών	127
3.4	Αντίστροφος Πίνακα	130
3.5	Άλυτες Ασκήσεις	132
4	ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	137
4.1	Ορισμοί-Μη Ομογενή Γραμμικά Συστήματα	137
4.2	Ομογενή Γραμμικά Συστήματα	146
4.3	Μέθοδος Cramer	150
4.3.1	Η Μέθοδος του Αντίστροφου Πίνακα	151
4.3.2	Λύση και Διερεύνηση Γραμμικού Συστήματος .	153
4.4	Άλυτες Ασκήσεις	157

5	ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ	161
5.1	Γραμμικές Απεικονίσεις	161
5.2	Πίνακας Γραμμικού Μετασχηματισμού	163
5.3	Πυρήνας και Εικόνα Γραμμικού Μετασχηματισμού . .	168
5.3.1	Είδη Γραμμικών Μετασχηματισμών	173
5.3.2	Αντίστροφος Μετασχηματισμός	177
5.4	Άλυτες Ασκήσεις	178
6	ΙΔΙΟΤΙΜΕΣ-ΙΔΙΟΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ-ΔΙΑΓΩΝΙΟΠΟΙΗΣΗ	183
6.1	Ιδιοτιμές-Ιδιοδιανύσματα	183
6.1.1	Χαρακτηριστικό Πολυώνυμο Πίνακα	184
6.1.2	Μεθοδολογία υπολογισμού ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων.	185
6.1.3	Θεώρημα Cayley-Hamilton	187
6.1.4	Χρήσιμα Θεωρήματα	188
6.2	Μετασχηματισμοί Ομοιότητας	191
6.3	Διαγωνιοποίηση Πινάκων	193
6.3.1	Διαγωνιοποίηση Συμμετρικών Πινάκων	200
6.3.2	Ελάχιστο Πολυώνυμο Πίνακα	203
6.4	Εφαρμογές στη Φυσική	205
6.5	Τετραγωνικές Μορφές	215
6.5.1	Κανονική Μορφή Τετραγωνικής Μορφής	217
6.5.2	Εφαρμογές στη Γεωμετρία του Επιπέδου	224
6.6	Άλυτες Ασκήσεις	227
7	ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ	235
7.1	Η Μετρική Κατασκευή επί του Χώρου E_3	235
7.2	Ορθογώνια Συστήματα Συντεταγμένων	236
7.3	Αλλαγή του Συστήματος Συντεταγμένων στο Χώρο E_3 .	237
7.4	Πολικές Συντεταγμένες στο Επίπεδο	241
7.5	Κυλινδρικές και Σφαιρικές Συντεταγμένες στο Χώρο E_3	244
7.6	Ισομετρικές Απεικονίσεις	245
7.7	Αναλυτική Εξίσωση του Επιπέδου στο Χώρο E_3	250
7.8	Σχετική Θέση των Επιπέδων στο Χώρο E_3	252
7.9	Η Εξίσωση της Ευθείας στο Χώρο E_3	254
7.10	Σχετική Θέση Ευθείας και Επιπέδου στο Χώρο E_3 . . .	255
7.11	Σχετική Θέση Δύο Ευθειών	256
7.12	Μετρικές Σχέσεις	258
7.13	Άλυτες Ασκήσεις	264

8 ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ	269
8.1 Ορισμοί	269
8.2 Η Περιφέρεια Κύκλου	270
8.3 Η Παραβολή	274
8.4 Η Έλλειψη	279
8.5 Η Υπερβολή	286
8.6 Ιδιότητες των Κωνικών Τομών	290
8.6.1 Κέντρο μιας Κωνικής Τομής	290
8.6.2 Συζυγείς Διάμετροι Κωνικής Τομής	291
8.6.3 Προσδιορισμός του Πόλου και της Πολικής Ευ- θείας μιας Κωνικής Τομής	292
8.7 Μελέτη των Καμπυλών Δεύτερου Βαθμού	293
8.7.1 Αναλλοίωτες των Καμπυλών Δεύτερου Βαθμού	293
8.7.2 Εύρεση του Κέντρου μιας Καμπύλης	295
8.7.3 Αναγωγή μιας Καμπύλης Δεύτερου Βαθμού στο Σύστημα των Αξόνων	296
8.7.4 Ανακεφαλαίωση της Διερεύνησης μιας Καμπύ- λης Δεύτερου Βαθμού	298
8.8 Άλυτες Ασκήσεις	306
9 ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΣΤΟ ΧΩΡΟ	309
9.1 Γενικά	309
9.2 Η Σφαίρα	310
9.3 Στερεογραφική Προβολή της Σφαίρας	312
9.4 Το Ελλειψοειδές	313
9.5 Το Μονόχωνο Υπερβολοειδές	315
9.6 Το Δίχωνο Υπερβολοειδές	318
9.7 Το Ελλειπτικό Παραβολοειδές	319
9.8 Το Υπερβολικό Παραβολοειδές	320
9.9 Ο Ελλειπτικός Κύλινδρος	321
9.10 Ο Υπερβολικός Κύλινδρος	323
9.11 Ο Παραβολικός Κύλινδρος	324
9.12 Κωνική Επιφάνεια Δεύτερου Βαθμού	325
9.13 Ιδιότητες και Αναλλοίωτες μιας Επιφάνειας Δεύτερου Βαθ- μού	326
9.14 Οι Ευθειογενείς Επιφάνειες	328
9.15 Οι Κυλινδρικές Επιφάνειες	329
9.16 Οι Κωνικές Επιφάνειες	331
9.17 Οι Κωνοειδείς Επιφάνειες	333

9.18 Οι Επιφάνειες εκ Περιστροφής	334
9.19 Άλυτες Ασκήσεις	336
Α΄ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	343
Α.1 Ορισμοί και Πράξεις επί των Συνόλων	343
Α.2 Σύνολα Αριθμών	346
Α.2.1 Ισοδύναμα Σύνολα	347
Α.3 Η Έννοια της Απεικόνισης	348
Α.4 Νόμοι Εσωτερικής Σύθεσης	349
Α.5 Η Έννοια του Μεγέθους-Σταθερές και Μεταβλητές	351
Α.6 Η Έννοια του Διαστήματος και της Περιοχής Σημείου	352
Α.7 Άλυτες Ασκήσεις	354
Β΄ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ	357
Β.1 Μέθοδος της Πλήρους Επαγωγής	357
Β.2 Συνδυαστική Ανάλυση	358
Β.2.1 Μεταθέσεις	359
Β.2.2 Συνδυασμοί	362
Β.2.3 Διατάξεις	364
Β.2.4 Το Διώνυμο του Νεύτωνα	367
Β.3 Άλυτες Ασκήσεις	369
Γ΄ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ	373
Γ.1 Ομάδα	373
Γ.2 Δακτύλιος	375
Γ.3 Σώμα	376
Γ.4 Άλυτες Ασκήσεις	377
Δ΄ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	379
Δ.1 Μιγαδικοί Αριθμοί	379
Δ.2 Άλυτες Ασκήσεις	385
Δ.3 Αλγεβρικές Εξισώσεις	386
Δ.3.1 Εξίσωση 3ου Βαθμού	387
Δ.3.2 Εξίσωση 4ου βαθμού	390
Δ.4 Άλυτες Ασκήσεις	393
Δ.5 Δυναμοσειρές Πινάκων	393
Βιβλιογραφία	395
Ευρετήριο	399