

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΕΓΟΜΕΝΑ	17
-------------	----

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ
ΑΡΙΘΜΟΙ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Οι φυσικοί αριθμοί και η αναπαράστασή τους	25
--	----

• Οι φυσικοί αριθμοί	26
• Η σχέση της ισότητας και της ανισότητας των φυσικών αριθμών	27
• Η αναπαράσταση των φυσικών αριθμών	29
• Η γραπτή συμβολική αναπαράσταση των φυσικών αριθμών	30
• Το ρωμαϊκό σύστημα αναπαράστασης	31
• Το ινδοαραβικό σύστημα αναπαράστασης	34
• Η αριθμογραμμή	40
• Ασκήσεις και δραστηριότητες	42

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Οι πράξεις μεταξύ των φυσικών αριθμών	45
---	----

• Πρόσθεση	46
• Αφαίρεση	48
• Πολλαπλασιασμός	49
• Διαίρεση	51

• Διαίρεση μέτρησης	54
• Διαίρεση μερισμού	54
• Ύψωση σε δύναμη	56
• Εξισώσεις πρώτου βαθμού στο αριθμητικό σύστημα των φυσικών αριθμών	57
• Ασκήσεις	58

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 61

Αλγόριθμοι για τις τέσσερις πράξεις

• Πρόσθεση	62
• Αφαίρεση	63
• Πολλαπλασιασμός	65
• Διαίρεση	66
• Οι πράξεις σε συστήματα με αξία θέσης αλλά με βάση $\beta \neq 10$	68
• Ασκήσεις	70

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 73

Δύο βασικές ιδιότητες του συστήματος των φυσικών αριθμών

• Μοτίβα ή πρότυπα	74
• Αρχή της μαθηματικής επαγωγής	77
• Αρχή του μικρότερου στοιχείου	77
• Το άθροισμα των n διαδοχικών αριθμών $1, 2, \dots, n$	79
• Το άθροισμα των n διαδοχικών τετραγώνων $1, 4, \dots, n^2$	81
• Συνδυαστική	81
• Ασκήσεις και δραστηριότητες	87

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 89

Διαιρετότητα

- Περισσότερα για το σύστημα των φυσικών αριθμών 90
- Ο ΜΚΔ και το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων φυσικών 98
- Μορφή και πλήθος των διαιρετών ενός αριθμού 106
- Κριτήρια διαιρετότητας 107
- Ασκήσεις και δραστηριότητες 111

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 115

Κλασματικές μονάδες και κλασματικοί αριθμοί

- Οι κλασματικοί αριθμοί 116
- Κλασματικές μονάδες, κλασματικοί αριθμοί και κλάσματα 117
- Σύγκριση κλασματικών αριθμών 119
- Πόσοι αριθμοί υπάρχουν ανάμεσα σε δύο άνισους κλασματικούς αριθμούς; 124
- Τι μετρά ένας κλασματικός αριθμός; 126
- Ασκήσεις 130

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 131

Πράξεις μεταξύ των κλασματικών αριθμών

- Πρόσθεση 132
- Αφαίρεση 134
- Πολλαπλασιασμός 135
- Διάρθρωση 140
- Οι πράξεις με κλασματικούς αριθμούς στους αρχαίους Αιγυπτίους 143
- Εξισώσεις πρώτου βαθμού με κλασματικούς συντελεστές 143
- Ασκήσεις 145

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 147**Κλάσματα και δεκαδικοί αριθμοί**

- Δεκαδική αναπαράσταση των κλασματικών αριθμών 148
- Οι δεκαδικοί αριθμοί 155
- Μεγέθη που δεν μετριούνται με κλασματικούς αριθμούς 160
- Ασκήσεις 163

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9 165**Επεκτάσεις του συστήματος των φυσικών αριθμών**

- Η αρνητική ακέραια μονάδα και οι ακέραιοι αριθμοί 166
- Πράξεις μεταξύ των ακεραίων αριθμών 167
- Η διάταξη των ακεραίων 169
- Επεκτάσεις του συστήματος των φυσικών αριθμών 170
- Διοφαντικές εξισώσεις 174
- Εφαρμογή στη στατιστική ανάλυση 176
- Ασκήσεις 181

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ 183**Προβλήματα πρακτικής αριθμητικής**

- Το πρόβλημα των δίποδων και τετράποδων ζώων 184
- Το πρόβλημα των 100 πουλιών 185
- Η μέθοδος Regula Falsi 185
- Το πρόβλημα των κρουνών 186
- Το πρόβλημα των αγγελιοφόρων 187
- Ποσοστά, τόκοι, αναλογίες, ποσά ευθέως και αντιστρόφως ανάλογα 188
- Ασκήσεις και δραστηριότητες 193

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΣΥΝΟΛΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11 199

Σύνολα και πράξεις μεταξύ συνόλων

- Σύνολα και στοιχεία συνόλων 200
- Υποσύνολα 202
- Πράξεις μεταξύ συνόλων 204
- Οι πληθικοί αριθμοί της ένωσης, της τομής, της διαφοράς 209
- Το δυναμοσύνολο ενός συνόλου 210
- Διατεταγμένα ζεύγη και διατεταγμένες ν-άδες πραγμάτων 211
- Ο καρτεσιανός πολλαπλασιασμός 212
- Ασκήσεις και δραστηριότητες 213

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12 215

Σχέσεις και συναρτήσεις

- Συναρτήσεις 216
- Πληθικοί αριθμοί διαφόρων συνόλων συναρτήσεων $f: A \rightarrow B$ 222
- Δύο βασικές σχέσεις: η σχέση διάταξης και η σχέση ισοδυναμίας 229
- Μία συνολοθεωρητική προσέγγιση στο σύστημα των φυσικών αριθμών 233
- Ασκήσεις και δραστηριότητες 238

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13 239

Απειροσύνολα

- Η έννοια του απειροσυνόλου 240

- Σύγκριση απειροσυνόλων 241
- Ασκήσεις και δραστηριότητες 246

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14 247

Σύντομη εισαγωγή στη θεωρία των πιθανοτήτων

- Πιθανότητα 248
- Πιθανότητα υπό συνθήκη 249
- Εφαρμογή 251
- Ασκήσεις 253

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ

ΣΧΗΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15 257

Σημεία, γραμμές, γωνίες και σχήματα στο επίπεδο

- Σημεία και γραμμές 258
- Κύκλος 259
- Γωνίες 261
- Επίπεδα σχήματα 265
- Η ευκλείδεια επιτεδομετρία 266

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16 269

Το τρίγωνο

- Τα τρίγωνα ως προς τις πλευρές τους 270
- Ίσα τρίγωνα 271
- Τα τρίγωνα ως προς τις γωνίες τους 274
- Σχέση γωνιών και πλευρών σε ένα τρίγωνο 276

• Πέντε κατασκευές και δύο γεωμετρικοί τόποι	277
• Χαρακτηριστικές ευθείες και σημεία τριγώνων	282
• Ασκήσεις	287

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17 289

Παραλληλία

• Παράλληλες ευθείες και Πέμπτο Αίτημα	290
• Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου	292
• Ασκήσεις	294

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18 295

Τετράπλευρα και πολύγωνα

• Τετράπλευρα	296
• Πολύγωνα	302
• Ασκήσεις	305

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19 307

Εμβαδά

• Μια ενδιαφέρουσα ιδιότητα των παράλληλων ευθειών	308
• Το πυθαγόρειο θεώρημα	309
• Μοντέρνα μετρική παρέκβαση	313
• Πυθαγόρειες τριάδες	318
• Ασκήσεις και δραστηριότητες	319

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 20 321

Ομοιότητα τριγώνων

- Όμοια τρίγωνα 322
- Πώς μέτρησε ο Θαλής το ύψος της πυραμίδας του Χέοπα; 326
- Το θεώρημα του Θαλή 328
- Μια άλλη απόδειξη του πυθαγόρειου θεωρήματος 328
- Η χρυσή τομή 329
- Μη ευκλείδεια τριγωνομετρική παρέκβαση 330
- Ασκήσεις 332

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 21 333

Σχέσεις μεταξύ των στοιχείων ενός τριγώνου

- Μια ιδιότητα της διχοτόμου γωνίας τριγώνου 334
- Το θεώρημα της οξείας γωνίας 334
- Το θεώρημα της αμβλείας γωνίας 336
- Μια ιδιότητα της διαμέσου τριγώνου 337
- Μια ιδιότητα του ύψους ορθογωνίου τριγώνου 338
- Μια ιδιότητα της διαμέσου προς την υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου 338
- Ισεμβαδικότητα 339
- Ασκήσεις και δραστηριότητες 342

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 22 345

Ο κύκλος

- Επίκεντρες και εγγεγραμμένες γωνίες 346
- Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου 347
- Εγγράψιμα και περιγράψιμα πολύγωνα σε κύκλο 350

• Η μέτρηση του κύκλου	356
• Η μοίρα ως μονάδα μέτρησης	361
• Πώς μέτρησε ο Ερατοσθένης την περιφέρεια της Γης;	362
• Ο τετραγωνισμός του κύκλου	363
• Ασκήσεις και δραστηριότητες	365

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 23 367

Μη ευκλείδεια παρέκβαση: Μετασχηματισμοί του επιπέδου

• Συμμετρία ως προς την ευθεία	368
• Συμμετρία ως προς το σημείο	369
• Μετασχηματισμοί στο επίπεδο	370

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 24 373

Στερεά σχήματα

• Τι λέμε στερεά σχήματα;	374
• Πρίσματα	374
• Ο κύβος	375
• Παραλληλεπίπεδα	377
• Πυραμίδες	378
• Ο κύλινδρος	380
• Ο κώνος	382
• Η σφαίρα	385
• Τα κυρτά κανονικά πολύεδρα (πλατωνικά στερεά)	387
• Ασκήσεις και δραστηριότητες	391

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

395

ΛΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 1 ^{ου} Κεφαλαίου	397
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 2 ^{ου} Κεφαλαίου	401
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 3 ^{ου} Κεφαλαίου	404
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 4 ^{ου} Κεφαλαίου	408
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 5 ^{ου} Κεφαλαίου	414
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 6 ^{ου} Κεφαλαίου	421
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 7 ^{ου} Κεφαλαίου	424
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 8 ^{ου} Κεφαλαίου	427
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 9 ^{ου} Κεφαλαίου	429
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 10 ^{ου} Κεφαλαίου	433
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 11 ^{ου} Κεφαλαίου	440
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 12 ^{ου} Κεφαλαίου	443
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 13 ^{ου} Κεφαλαίου	446
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 14 ^{ου} Κεφαλαίου	447
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 16 ^{ου} Κεφαλαίου	451
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 17 ^{ου} Κεφαλαίου	453
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 18 ^{ου} Κεφαλαίου	455
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 19 ^{ου} Κεφαλαίου	458
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 20 ^{ου} Κεφαλαίου	461
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 21 ^{ου} Κεφαλαίου	465
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 22 ^{ου} Κεφαλαίου	472
• Λύσεις και απαντήσεις ασκήσεων 24 ^{ου} Κεφαλαίου	478