

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ	1
1.1	Κανονικές παραμετρικές παραστάσεις	1
1.2	Κανονικές καμπύλες	2
1.3	Μερικά απλά παραδείγματα επίπεδων καμπυλών	3
1.4	Παράσταση καμπύλης ως τομή δύο επιφανειών	5
1.5	Μήκος τόξου καμπύλης	8
1.6	Φυσική αναπαράσταση καμπύλης	10
1.7	Εφαπτομένη και κάθετο επίπεδο καμπύλης	11
1.8	Καμπυλότητα και πρώτη κάθετος καμπύλης	13
1.9	Συνοδεύον τρίεδρο - Στρέψη	18
1.10	Λυμένες ασκήσεις 1ου κεφαλαίου	21
1.11	Άλυτες ασκήσεις 1ου κεφαλαίου	51
2	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ	57
2.1	Κανονικές παραμετρικές παραστάσεις επιφανειών	57
2.2	Τμήματα επιφάνειας	59
2.3	Μερικά παραδείγματα παραμετροποίησης γνωστών επιφανειών	61
2.4	Ανώμαλα σημεία επιφάνειας	62
2.5	Καμπύλες πάνω σε επιφάνεια	64
2.6	Εφαπτόμενο επίπεδο και κάθετο διάνυσμα	64
2.7	Πρώτη θεμελιώδης τετραγωνική μορφή	66
2.8	Δεύτερη θεμελιώδης τετραγωνική μορφή	68
2.9	Μετρικός τανυστής	69
2.9.1	Συντελεστές κλίμακας	71
2.10	Προσανατολισμένη επιφάνεια	71
2.11	Μήκος τόξου επιφανειακής καμπύλης	72
2.12	Στοιχειώδεις εμβαδόν επιφάνειας	74

2.13	Αλλαγή μεταβλητών	79
2.14	Δευτεροβάθμιες Επιφάνειες	80
2.15	Λυμένες ασκήσεις 2ου κεφαλαίου	81
2.16	Άλυτες ασκήσεις 2ου κεφαλαίου	101
3	ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ	105
3.1	Καμπυλόγραμμες συντεταγμένες στο χώρο	106
3.1.1	Συντεταγμένες επιφάνειες	107
3.1.2	Συντεταγμένες καμπύλες	107
3.2	Μοναδιαία διανύσματα στις καμπυλόγραμμες συντεταγμένες	108
3.2.1	Φυσική βάση-Φυσικές συνιστώσες	109
3.3	Γραμμικό στοιχείο	110
3.4	Στοιχειώδης όγκος	111
3.5	Καρτεσιανές συντεταγμένες	112
3.6	Σφαιρικές συντεταγμένες	113
3.7	Κυλινδρικές συντεταγμένες	115
3.8	Κλίση, απόκλιση και στροφή	117
3.9	Λυμένες ασκήσεις 3ου κεφαλαίου	118
3.10	Άλυτες ασκήσεις 3ου κεφαλαίου	129
4	ΔΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ	133
4.1	Ορισμός διπλού ολοκληρώματος	133
4.2	Γεωμετρική ερμηνεία του διπλού ολοκληρώματος	135
4.2.1	Διπλό ολοκλήρωμα και εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας	137
4.3	Ιδιότητες του διπλού ολοκληρώματος	138
4.4	Υπολογισμός διπλού ολοκληρώματος από τον ορισμό του	140
4.5	Υπολογισμός διπλού ολοκληρώματος	141
4.6	Αλλαγή μεταβλητών ολοκλήρωσης στο διπλό ολοκλήρωμα	145
4.7	Λυμένες ασκήσεις 4ου κεφαλαίου	147
4.8	Άλυτες ασκήσεις 4ου κεφαλαίου	213
5	ΤΡΙΠΛΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ	229
5.1	Ορισμός τριπλού ολοκληρώματος	229
5.1.1	Τριπλό ολοκλήρωμα και όγκος στερεού	231
5.2	Ιδιότητες του τριπλού ολοκληρώματος	232
5.3	Υπολογισμός τριπλού ολοκληρώματος	234
5.4	Αλλαγή μεταβλητών στο τριπλό ολοκλήρωμα	237
5.4.1	Μετατροπή από καρτεσιανές σε σφαιρικές συντεταγμένες	238
5.4.2	Μετατροπή από καρτεσιανές σε κυλινδρικές συντεταγμένες	239
5.5	Πολλαπλά ολοκληρώματα τάξης $n > 3$	239
5.6	Λυμένες ασκήσεις 5ου κεφαλαίου	240
5.7	Άλυτες ασκήσεις 5ου κεφαλαίου	287

6	ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ	299
6.1	Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα α' είδους	299
6.2	Υπολογισμός επικαμπύλιου ολοκληρώματος α' είδους	301
6.3	Ιδιότητες του επικαμπύλιου ολοκληρώματος α' είδους	303
6.4	Ορισμός επικαμπύλιου ολοκληρώματος β' είδους	305
6.5	Σχέση επικαμπύλιου ολοκληρώματος α' και β' είδους	310
6.6	Ιδιότητες του επικαμπύλιου ολοκληρώματος β' είδους	311
6.7	Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα γ' είδους	313
6.8	Το θεώρημα του Green	313
6.8.1	Το θεώρημα του Green σε απλά συνεκτικό τόπο	314
6.8.2	Το θεώρημα του Green σε μη κανονικό τόπο	317
6.8.3	Το θεώρημα του Green σε πολλαπλά συνεκτικό τόπο	318
6.9	Αστρόβιλο πεδίο και δυναμική συνάρτηση	322
6.9.1	Κατασκευή της δυναμικής συνάρτησης $U(x, y)$	325
6.9.2	Πολλαπλά συνεκτικοί τόποι και πλειονότιμη δυναμική συνάρτηση	327
6.10	Λυμένες ασκήσεις 6ου κεφαλαίου	329
6.11	Άλυτες ασκήσεις 6ου κεφαλαίου	409
7	ΕΠΙΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ	421
7.1	Προσανατολισμός επιφανειακής καμπύλης	422
7.2	Εμβαδόν επιφάνειας	424
7.3	Επιεπιφάνειο ολοκλήρωμα α' είδους	426
7.4	Υπολογισμός επιεπιφάνειου ολοκληρώματος α' είδους	428
7.5	Επιεπιφάνειο ολοκλήρωμα β' είδους	430
7.6	Υπολογισμός επιεπιφάνειου ολοκληρώματος β' είδους	432
7.7	Επιεπιφάνειο ολοκλήρωμα γ' είδους	434
7.8	Θεώρημα των Gauss-Ostrogradsky (Θεώρημα της απόκλισης)	434
7.8.1	Το θεώρημα Gauss-Ostrogradsky σε μη κανονικό τόπο	438
7.8.2	Το θεώρημα Gauss-Ostrogradsky σε τόπο με τρύπες	439
7.9	Θεώρημα του Stokes	440
7.9.1	Σχέση μεταξύ των θεωρημάτων Stokes και Gauss	443
7.9.2	Θεώρημα του Stokes και υπολογισμός εμβαδού επιφανειών	444
7.10	Αστρόβιλο πεδίο και δυναμική συνάρτηση	444
7.10.1	Κατασκευή της δυναμικής συνάρτησης $U(x, y, z)$	448
7.11	Το Θεώρημα του Stokes σε πολλαπλά συνεκτικό τόπο	450
7.12	Στερεά γωνία	452
7.13	Το θεώρημα του Helmholtz	454
7.14	Κλίση, απόκλιση και στροφή	454
7.14.1	Απόκλιση διανυσματικής συνάρτησης	455
7.14.2	Κλίση βαθμωτής συνάρτησης	456
7.14.3	Στροφή διανυσματικής συνάρτησης	457

7.15	Λυμένες ασκήσεις 7ου κεφαλαίου	459
7.16	Εφαρμογές στη Φυσική	583
7.17	Άλυτες ασκήσεις 7ου κεφαλαίου	590
8	ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ	609
8.1	Μάζα	610
8.2	Ροπή αδράνειας	611
8.3	Κέντρο μάζας	613
8.4	Δυναμικά	614
8.5	Πολλαπλά ολοκληρώματα συζευγμένων τόπων ολοκλήρωσης	616
8.6	Λυμένες ασκήσεις 8ου κεφαλαίου	618
8.7	Άλυτες ασκήσεις 8ου κεφαλαίου	665
9	ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ	671
9.1	Είδη γενικευμένων ολοκληρωμάτων	672
9.2	Μη φραγμένες συναρτήσεις σε φραγμένους τόπους	672
9.3	Φραγμένες συναρτήσεις σε μη φραγμένους τόπους	675
9.4	Ιδιότητες γενικευμένων ολοκληρωμάτων	677
9.5	Μη φραγμένες συναρτήσεις σε μη φραγμένους τόπους	677
9.6	Παραμετροποιημένα ολοκληρώματα	677
9.6.1	Η ολοκληρωτέα ποσότητα είναι συνάρτηση μιας παραμέτρου	678
9.6.2	Η ολοκληρωτέα ποσότητα και τα όρια ολοκλήρωσης είναι συνάρτηση μιας παραμέτρου	679
9.6.3	Γενικευμένα ολοκληρώματα εξαρτώμενα από μία παράμετρο	680
9.7	Λυμένες ασκήσεις 9ου κεφαλαίου	681
9.8	Άλυτες ασκήσεις 9ου κεφαλαίου	718
10	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	729
10.1	Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων	729
10.2	Εξωτερικό γινόμενο διανυσμάτων	729
10.3	Διαφορικός λογισμός διανυσματικής συνάρτησης	731
10.3.1	Κλίση, Απόκλιση και Στροφή	732
10.4	Βασικές τριγωνομετρικές ιδιότητες	734
10.5	Εξίσωση της ευθείας στο χώρο \mathcal{R}^3	735
10.6	Εξίσωση του επιπέδου στο χώρο \mathcal{R}^3	735
10.7	Ελλειπτικά Ολοκληρώματα	736
10.7.1	Ελλειπή ελλειπτικά ολοκληρώματα	736
10.7.2	Πλήρη ελλειπτικά ολοκληρώματα	737
10.8	Συναρτήσεις Γάμμα και Βήτα	737
10.9	Βασικά απλά ολοκληρώματα	738
10.9.1	Αόριστα ολοκληρώματα	738
10.9.2	Ορισμένα ολοκληρώματα	739

10.1 Συνάρτηση δέλτα	740
10.1 Θεωρία των μεταβολών	741