

# Περιεχόμενα

<b>Πρόλογος</b>	<b>1</b>
<b>1 Βασικές Έννοιες</b>	<b>5</b>
1.1 Τί είναι κώδικας . . . . .	5
1.2 Ορισμοί και στοιχειώδεις ιδιότητες . . . . .	6
1.2.1 Κωδικοποίηση - Αποκωδικοποίηση . . . . .	8
1.2.2 Το πρόβλημα της αποκωδικοποίησης . . . . .	14
1.2.3 Ασκήσεις . . . . .	17
1.3 Κανόνες Αποκωδικοποίησης . . . . .	17
1.3.1 Η αρχή της αποκωδικοποίησης μέγιστης πιθανότητας . . . . .	19
1.3.2 Η Αρχή της αποκωδικοποίησης ως προς την πλησιέστερη λέξη . . . . .	23
1.3.3 Ταυτόχρονη ανίχνευση και διόρθωση λαθών . . . . .	31
1.3.4 Ασκήσεις . . . . .	33
1.4 Κώδικες που προέρχονται από άλλους κώδικες . . . . .	34
1.4.1 Μερικές περιπτώσεις “μετασκευής” κωδίκων . . . . .	34
1.4.2 Μεγιστικοί κώδικες . . . . .	42
1.4.3 Ασκήσεις . . . . .	44
1.5 Τέλειοι κώδικες . . . . .	45
1.5.1 Σφαίρες ομαδοποίησης και τέλειοι κώδικες . . . . .	45
1.5.2 Φράγματα κωδίκων . . . . .	51
1.5.3 Ασκήσεις . . . . .	56
<b>2 Γραμμικοί Κώδικες</b>	<b>57</b>
2.1 Η έννοια του Γραμμικού κώδικα . . . . .	57
2.1.1 Γεννήτορες πίνακες ενός Γραμμικού κώδικα . . . . .	59
2.1.2 Ασκήσεις . . . . .	64
2.2 Δυϊκοί κώδικες . . . . .	65

2.2.1	Κώδικες που προέρχονται από άλλους κώδικες (Η περίπτωση των γραμμικών κωδίκων) . . . . .	73
2.2.2	Αυτοδυϊκοί κώδικες . . . . .	74
2.2.3	Υπολογισμός της ελάχιστης απόστασης σε ένα γραμμικό κώδικα . . . . .	77
2.2.4	Άσκήσεις . . . . .	80
2.3	Κωδικοποίηση και αποκωδικοποίηση με γραμμικούς κώδικες . . . . .	81
2.3.1	Διόρθωση λαθών με έναν γραμμικό κώδικα . . . . .	81
2.3.2	Η πιθανότητα σωστής αποκωδικοποίησης με έναν γραμμικό κώδικα . . . . .	85
2.3.3	Ανίχνευση λαθών με έναν γραμμικό κώδικα . . . . .	87
2.3.4	Το σύνδρομο σε έναν γραμμικό κώδικα . . . . .	88
2.3.5	Άσκήσεις . . . . .	92
2.4	Διασπορά βαρών σε έναν κώδικα . . . . .	94
2.4.1	Άσκήσεις . . . . .	96
2.5	Κώδικες με μέγιστη απόσταση (MDS Κώδικες) . . . . .	97
2.5.1	Άσκήσεις . . . . .	102
2.6	Μερικές κατηγορίες γραμμικών κωδίκων . . . . .	103
2.6.1	Πολυωνυμικοί κώδικες . . . . .	103
2.6.2	Κυκλικοί κώδικες . . . . .	109
2.6.3	Άσκήσεις . . . . .	123
<b>3</b>	<b>“Καλοί” Κώδικες</b>	<b>125</b>
3.1	Κώδικες Hamming . . . . .	125
3.1.1	Αποκωδικοποίηση με κώδικες Hamming . . . . .	128
3.1.2	Ο δυϊκός ενός κώδικα Hamming . . . . .	129
3.1.3	Οι κώδικες Hamming ως κυκλικοί κώδικες . . . . .	131
3.1.4	Άσκήσεις . . . . .	134
3.2	Κώδικες Golay . . . . .	135
3.2.1	Δυαδικοί κώδικες Golay . . . . .	135
3.2.2	Τριαδικοί κώδικες Golay . . . . .	139
3.2.3	Οι κώδικες Golay ως κυκλικοί κώδικες . . . . .	140
3.2.4	Άσκήσεις . . . . .	145
3.3	Η μοναδικότητα των κωδίκων Hamming και Goley ως τέλειοι κώδικες . . . . .	145
3.4	Κώδικες Reed-Muller . . . . .	149
3.4.1	Σύγκριση των κωδίκων Hamming και Reed-Muller . . . . .	152
3.4.2	Κώδικες Reed-Muller ανώτερης τάξης . . . . .	153
3.4.3	Άσκήσεις . . . . .	154

<b>A' Στοιχεία από την 'Αλγεβρα</b>	<b>155</b>
A'.1 Δακτύλιοι . . . . .	155
A'.1.1 Ορισμοί και ιδιότητες . . . . .	155
A'.1.2 Ομομορφισμοί-Ιδεώδη . . . . .	161
A'.1.3 Επεκτάσεις σωμάτων . . . . .	165
A'.2 Ο δακτύλιος των πολυωνύμων . . . . .	166
A'.2.1 Διαιρετότητα πολυωνύμων . . . . .	167
A'.2.2 Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης Πολυωνύμων . . . . .	170
A'.2.3 Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο πολυωνύμων . . . . .	176
A'.2.4 Ρίζες πολυωνύμων . . . . .	178
A'.3 Πεπερασμένα Σώματα . . . . .	183
A'.3.1 Τα πεπερασμένα σώματα ως σώματα ριζών πολυωνύμων . . . . .	183
A'.3.2 Τα υποσώματα ενός πεπερασμένου σώματος . . . . .	184
A'.3.3 Ανάγωγα πολυώνυμα με συντελεστές από πεπερασμένα σώματα . . . . .	187
A'.3.4 Οι ρίζες της μονάδας επί πεπερασμένων σωμάτων . . . . .	192