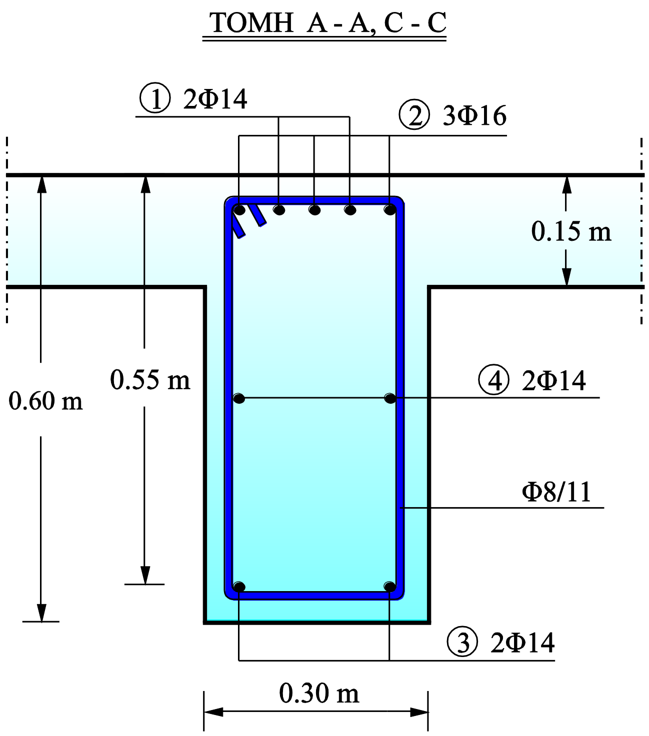
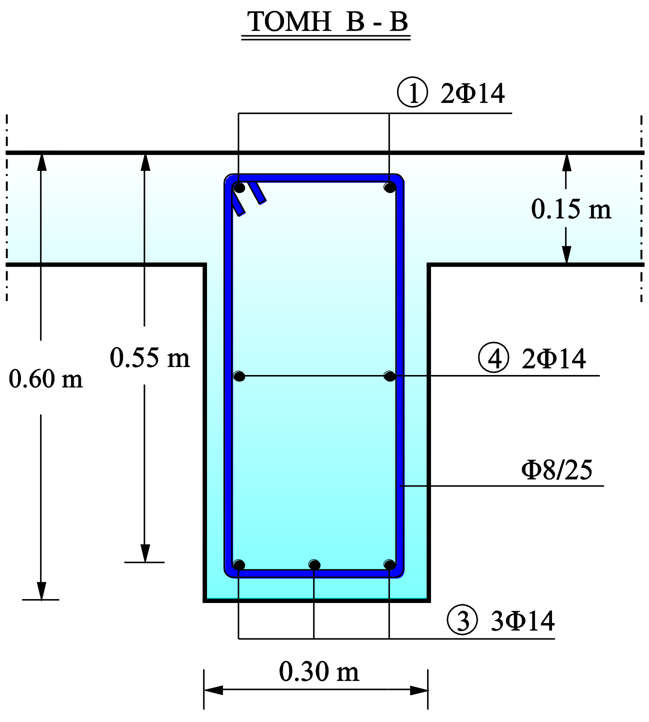
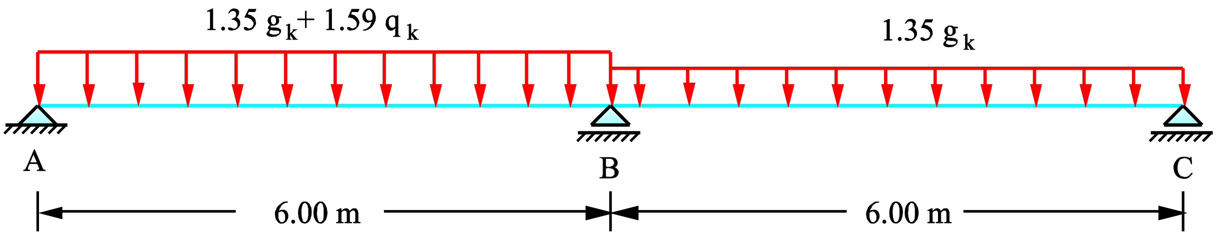


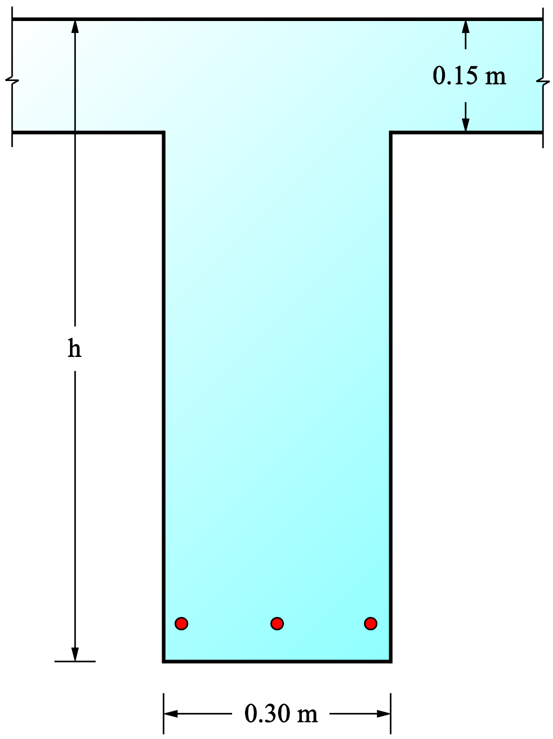


2η Εφαρμογή

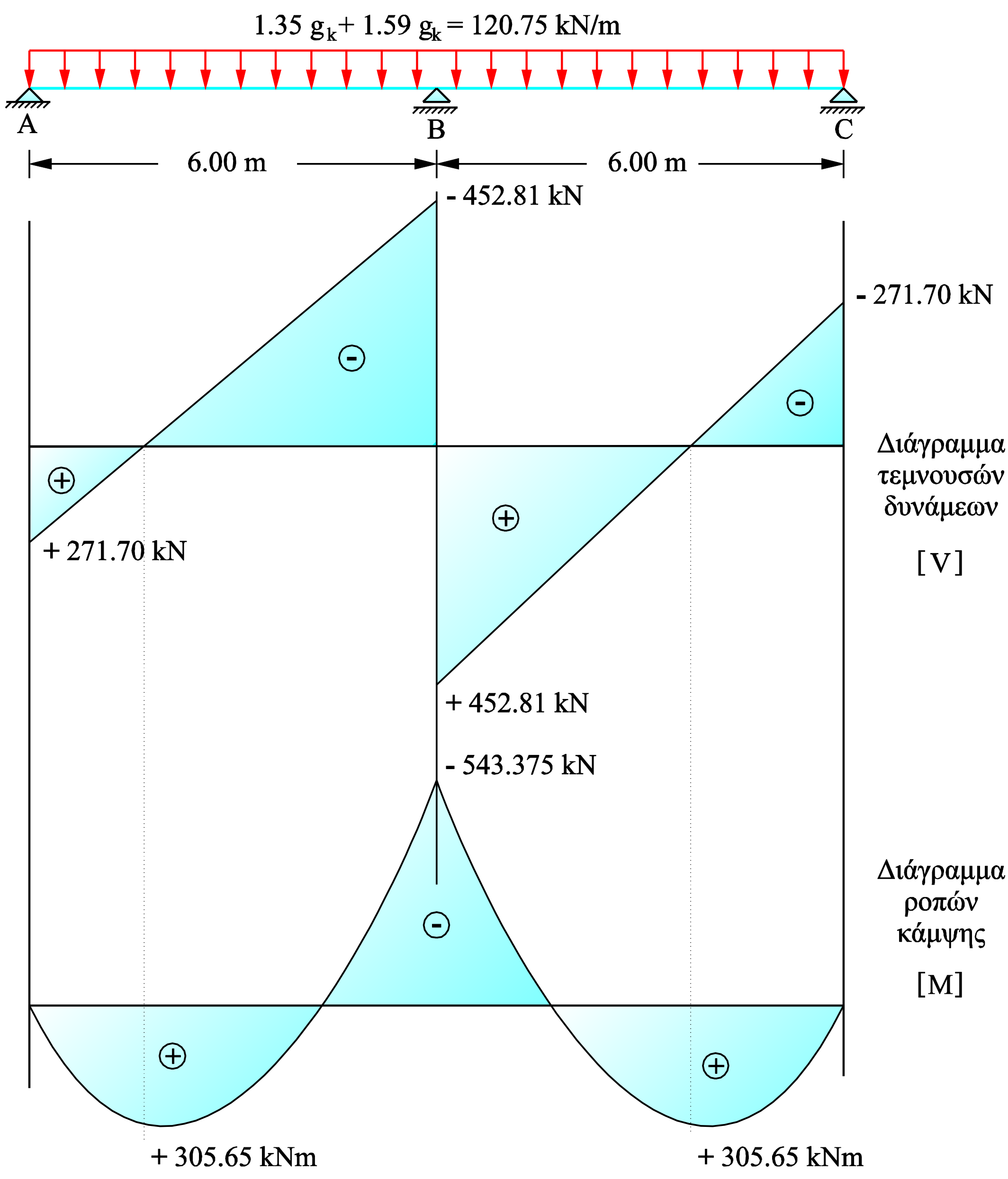
Δίδεται συνεχής δοκός δύο ίσων ανοιγμάτων. Η διατομή της δοκού είναι αμφίπλευρη πλακοδοκός, όπως φαίνεται στο κατωτέρω σχήμα. Οι ποιότητες των υλικών είναι: Χάλυβας B500c και Σκυρόδεμα C16/20. Το μόνιμο φορτίο της δοκού συμπεριλαμβανομένου του ιδίου βάρους της είναι $g_k = 45kN/m$ και το κινητό της φορτίο είναι $q_k = 40kN/m$.



Διατομή δοκού



Θα υπολογιστεί η δοκός σε κάμψη και διάτμηση κατά τρόπον ώστε να μην απαιτείται σε καμία θέση διπλός οπλισμός. Κατά την επίλυση θα πραγματοποιηθούν εναλλακτές φορτίσεις. Θα γίνει διάγραμμα περιβαλλουσών ροπών και κάλυψη αυτού με οπλισμούς βάσει κλιμακωτής γραμμής αντοχής. Τα υποστυλώματα στις θέσεις A, B και C έχουν διαστάσεις διατομής $40cm \times 40cm$. Εγκάρσια απόσταση δοκών 3.5m. Επαλληλίες δυσμενέστερων σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2.



g_k = 45KN/m
q_k = 40KN/m

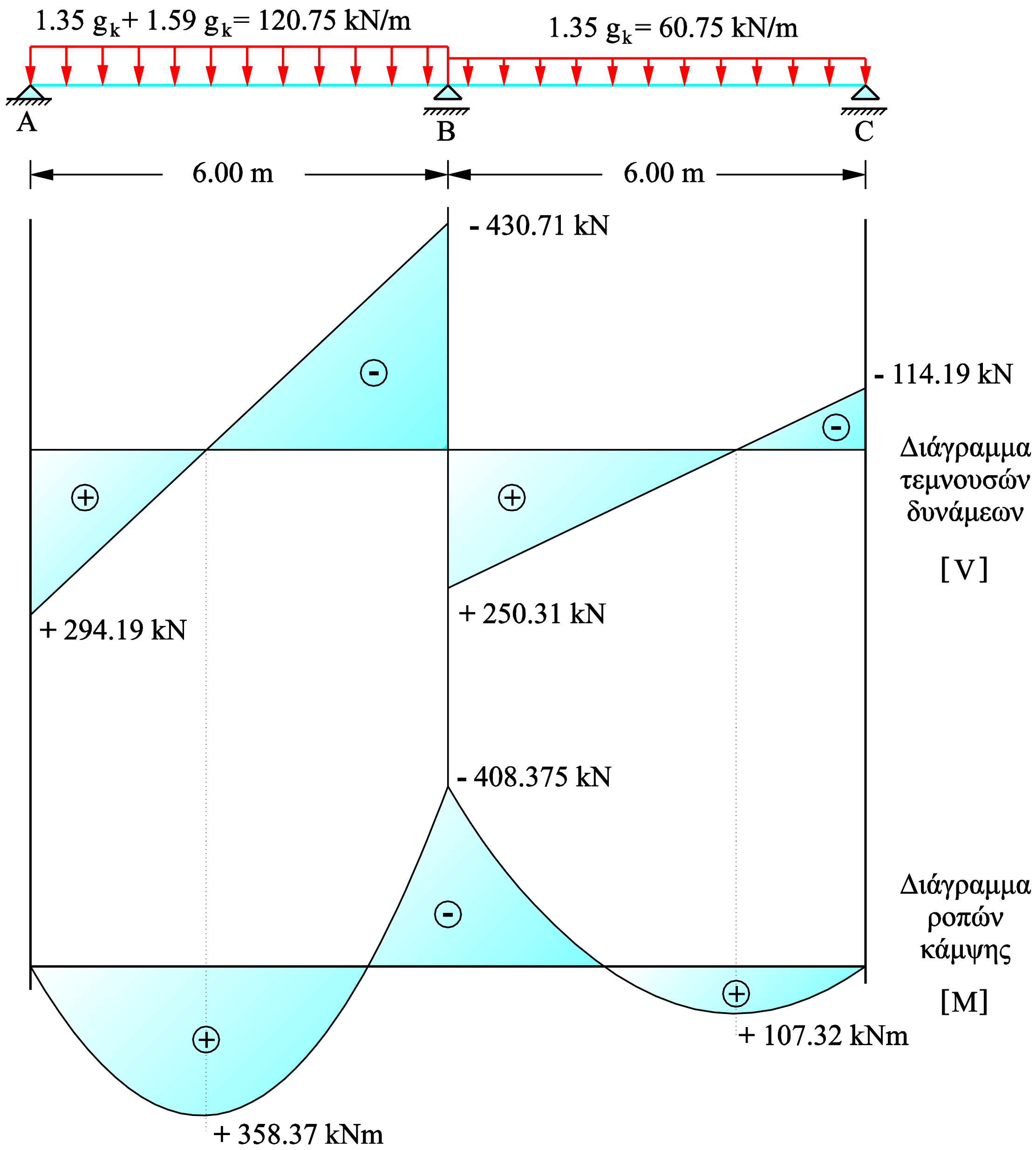
$$\max P = 1.35g_k + 1.50q_k = 1.35 \text{ x } 45KN/m + 1.50 \text{ x } 40KN/m = 120.75KN/m$$

$$\min M_B = -\frac{q\left(\ell_1^3+\ell_2^3\right)}{8\cdot 2\cdot \ell_1} = -\frac{q\cdot \ell_1^3\cdot 2}{8\cdot 2\cdot \ell_1} = -\frac{q\ell^2}{8} = -543.375KNm$$

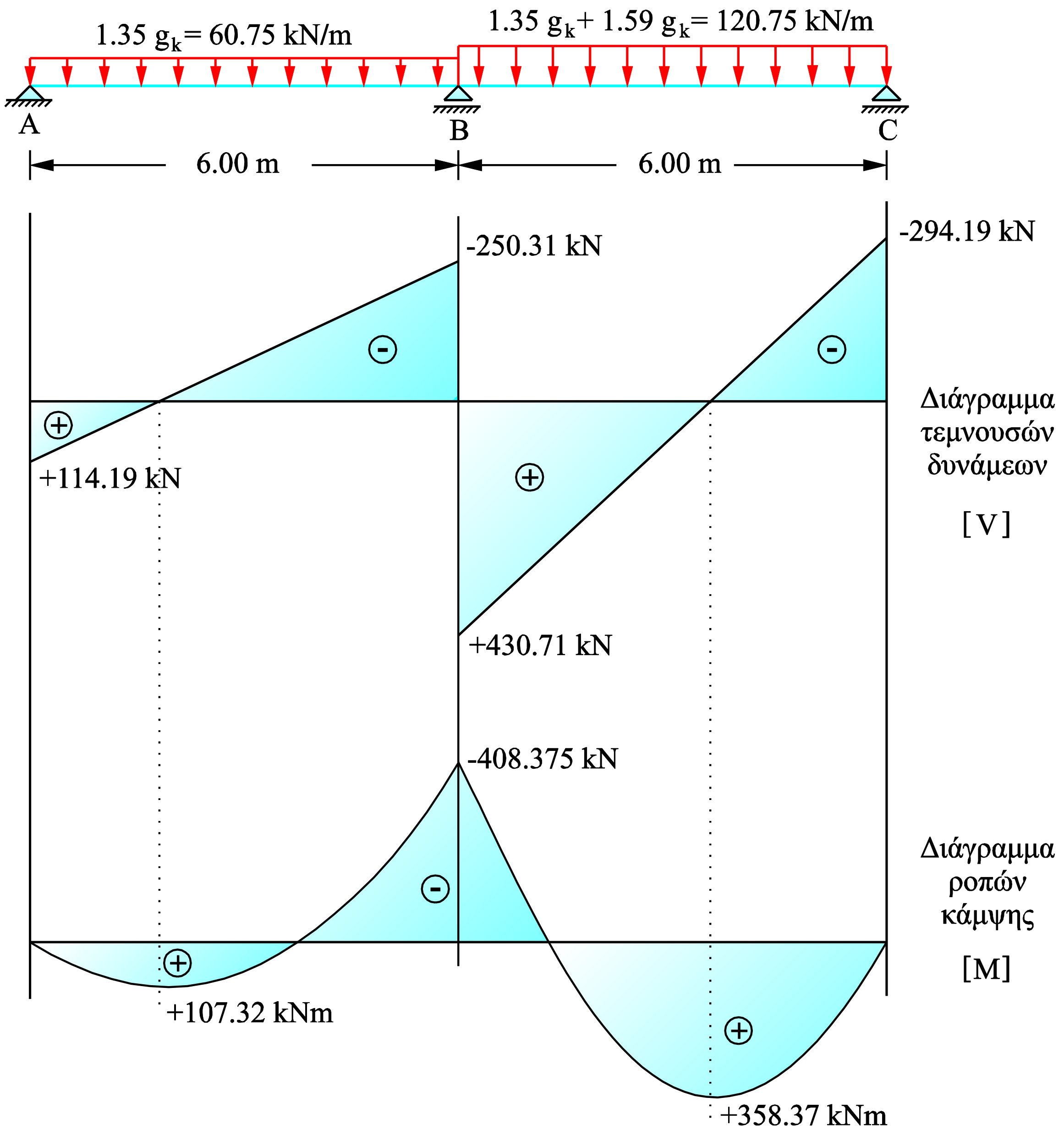
$$A = \frac{1}{2}q\cdot\ell + M_B/\ell = 0.5\cdot 120.75\cdot 6.0 - \frac{543.375}{6.0} = 362.25 - 90.56 = 271.70KN$$

$$\max M_{AB} = \frac{A^2}{2q} = 305.65KNm$$

$$x_0 = \frac{A}{q} = \frac{271.70}{120.75} = 2.05$$



$$Q_{B\ell} = -\frac{1}{2} q \cdot \ell + \frac{M_B}{\ell} = -362.25 - 90.56 = -452.81 KN$$



$$\ell_1 = \ell_2 = \ell$$

$$\max M_B = -\frac{q_1 \ell_1^3 + q_2 \ell_2^3}{8\left(\ell_1 \cdot \ell_2\right)} = -\frac{(120.75 + 60.75)\cdot \ell_1^{\cancel{3}\,2}}{8x2 \cdot \cancel{\ell_1}} =$$

$$= \frac{(120.75 + 60.75)\cdot 6^2}{16} = -408.375KNm$$

$$A = \frac{1}{2} q_1 \cdot \ell + \frac{M_B}{\ell} = 0.5x120.75x6.0 - \frac{408.375}{6.0} = 362.25 - 68.06 = 294.19KN$$

$$\max M_{AB} = \frac{A^2}{2q} = 358.37KNm$$

$$\text{θέση}\ \ x_0 = \frac{A}{q} = 2.44m = \frac{294.19}{120.75}$$

$$C = -\frac{1}{2}q_2 \cdot \ell - \frac{M_B}{2} = 0.5 \cdot 60.75 \cdot 6 + 68.06 = -182.25 + 68.06 = -114.19kN$$

$$\max M_{AC} = \frac{C^2}{2q_2} = \frac{114.19^2}{2 \cdot 60.75} = 107.32KNm$$

$$x'_0 = \frac{C}{q} = 1.88m$$

$$Q_{B\ell} = -\frac{1}{2}q \cdot \ell + \frac{M_B}{\ell} = -362.25 - 68.06 = -430.31kN$$

$$Q_{Br} = \frac{1}{2}q \cdot \ell - \frac{M_B}{\ell} = 182.25 + 68.06 = 250.31kN$$

Οι θέσεις ελέγχου σε διάτμηση είναι δύο: Α και B_r ή B_ℓ. Εάν βεβαίως αποδειχθεί ότι στις δυσμενέστερες θέσεις τις B_r ή B_ℓ απαιτείται ο ελάχιστος οπλισμός, δεν χρειάζεται να προχωρήσουμε σε περαιτέρω ελέγχους στις θέσεις Α και Β.

$$\alpha_\ell = z \cdot \cot\vartheta / 2 = 0.9 \cdot 0.80 \cdot 2.475 / 2 = 0.891$$

Ελάχιστος – μέγιστος οπλισμός σε κάμψη §9.2.1.1 EC2

$$A_{s.min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d = 0.26 \cdot \frac{1.9}{500} \cdot 30 \cdot 80 = 2.37cm^2$$

Ο οπλισμός δεν θα έπρεπε να είναι μικρότερος του $0.0013 \cdot 30 \cdot 80 = 3.12cm^2$

$$A_{s,min} = 0.04A_c = 0.04x30x85 = 102cm^2$$

Υπολογισμός σε κάμψη

Για να μην έχει πουθενά θλιβόμενο οπλισμό θα πρέπει να ισχύει:

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} < 0.296 \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{0.9 \cdot 543.375\,kNm}{0.296 \cdot 0.30m \cdot \frac{0.85 \cdot 16}{1.5} \cdot 10^3 kN/m^2}}$$

$$d \geq 0.78 \Rightarrow d \simeq 0.80\, h = 0.85m$$

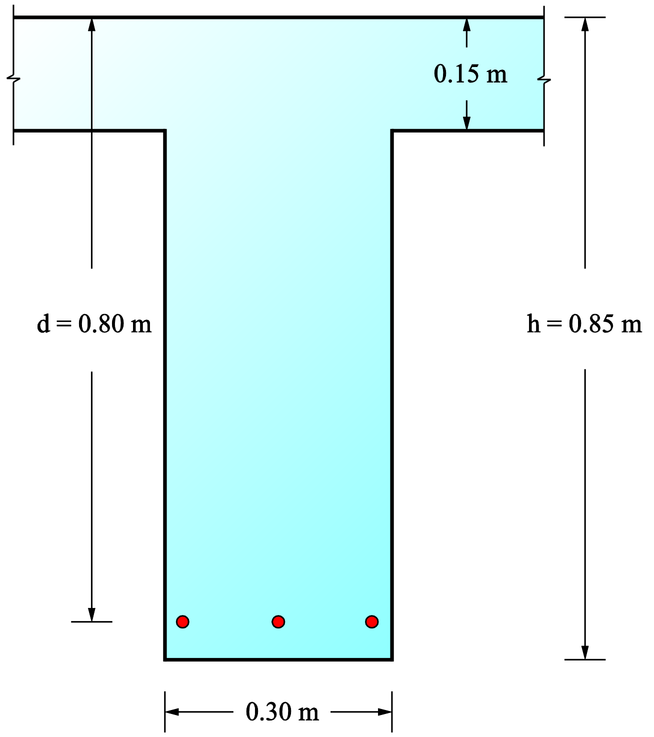
Επαλήθευση της θεωρητικής θέσης των στηρίξεων του φορέα βάσει της §5.3.2.2 του Ευρωκώδικα 2.

i. Ακραίες στηρίξεις

$$a_1 = \min\begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0.85 = 0.425m \\ \frac{1}{2} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 0.40 = 0.20m \end{Bmatrix} = 0.20m$$

ii. Εσωτερική στήριξη

$$a_2 = \min\left\{\begin{matrix} \tfrac{1}{2}\cdot h = 0.425m \\ \tfrac{1}{2}\cdot t = 0.20m \end{matrix}\right\} = 0.20m$$



Εγκάρσια απόσταση μεταξύ δοκών 3.5m

$$\ell_{01} = 0.85\ell_1 = 0.85\cdot 6.0 = 5.10m$$

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b \;\; \text{όπου} \;\; b_{eff,i} = 0.20b_i + 0.10\ell_0 \leq 0.20\ell_o$$

$$b_1 = b_2 = \frac{3.50\cdot 0.30}{2} = 1.60$$

$$b_{eff,1} = b_{eff,2} = 0.20\cdot 1.60 + 0.10\cdot 5.10 =$$

$$= 0.32 + 0.51 = 0.83 \leq \min\{0.20x5.10 = 1.02, 1.60\} = 1.02$$

$$b_{eff} = 2x0.83 + 0.30 = 1.96m < b = 3.5$$

– ***Ο καμπτικός οπλισμός των ανοιγμάτων AB και BC είναι ο ίδιος***

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{eff}\cdot d^2\cdot f_{cd}} = \frac{358.07kNm}{1.96m\cdot 0.80m^2\cdot \frac{16.000\cdot 0.85}{1.5}kN/m^2} = 0.032 \rightarrow \omega = 0.033$$

$$\frac{x}{d} \simeq 0.0375 \rightarrow x = 0.0375x80 = 3cm < 15cm$$

Συνεπώς ο ουδέτερος άξονας είναι μέσα στην πλάκα.

$$A_s = 0.033 \cdot 196 \cdot 80 \cdot \frac{0.85 \cdot 16 / 1.5}{500 / 1.15} = 10.78\text{cm}^2$$

$$\left.\begin{matrix} 2\varnothing 16 \rightarrow 4.02 \\ 3\varnothing 18 \rightarrow 7.63 \end{matrix}\right\} 11.65\text{cm}^2$$

— ***Στήριξη Β***

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{0.9x543.375}{0.30\text{m} \cdot 0.80\text{m}^2 \cdot \dfrac{0.85 \cdot 16.000}{1.5}\text{kN}/\text{m}^2} = 0.28$$

$$\mu_{sd} = 0.28 < 0.296$$

$$\omega = 0.34$$

$$A_s = 0.34 \cdot 30 \cdot 80 \cdot \frac{9.067}{435} = 17.00\text{cm}^2$$

Montage

$$\frac{1}{4}A_s = \frac{1}{4} \cdot 17\text{cm}^2 = 4.25\text{cm}^2 \ 2\varnothing 18 \rightarrow 5.09$$

Συνολικά τοποθετώ στη στήριξη 7Ø18=17.81cm^2

$$¼\ A_{s\text{'}\,\text{στηρίξεων, τοποθετούμενος}} = \frac{17.81}{4} = 4.45\text{cm}^2 < 5.09\text{cm}^2 = 2\varnothing 18$$

Η ανωτέρω διάταξη για το montage υπαγορεύεται από τον Ευρωκώδικα 8 για DCH. Έν τούτοις επειδή υπάρχει τόσο στον ΝΚΩΣ – 1995, ΕΚΩΣ – 2000 χρησιμοποιείται και εδώ.

Υπολογισμός σε διάτμηση

$V_{Br} = V_{B\ell}$ οι δυσμενέστερες τέμνουσες

$V_{Ed,1}(Br) = 452.81 - 120.75 x 0.20 = 428.66\text{kN}$ παρειά

$V_{Ed,2}(Br) = 428.66 - 120.75 x 0.80 = 332.06\text{kN}$ απόσταση d από παρειά

— ***Έλεγχος εάν χρειάζεται οπλισμός διάτμησης***

$$V_{Rd,c} = \max\begin{cases} \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot \left(100\rho_\ell \cdot f_{ck}\right)^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}\right] \cdot b_w d \\ \left(\nu_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}\right) b_w d \end{cases}$$

$$\rho_\ell = \frac{A_{s\ell}}{b_w d} = \frac{17.81}{30x80} = 7.42 \cdot 10^{-3} \leq 0.02$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{800}} = 1.50 < 2.0$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = 0 < 0.20 f_{cd} \ \text{σε MPa}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} = \frac{0.18}{1.5} = 0.12$$

$$k_1 = 0.15$$

$$\nu_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.50^{3/2} \cdot 16^{1/2} = 0.26$$

$$V_{Rd,c} = \max\begin{cases} 0.12 \cdot 1.50 \cdot \left(100 \cdot 7.42 \cdot 10^{-3}\right)^{1/3} \cdot 300 \cdot 800 = 98.55\text{kN} \\ 0.26 \cdot 300 \cdot 800 = 62.40\text{kN} \end{cases}$$

$$98.55\text{kN} < V_{Ed,2} = 332.06\text{kN}$$

— ***Αντοχή έναντι συντριβής των θλιβόμενων διαγωνίων***

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \frac{f_{cd}}{(\cot\vartheta + \tan\vartheta)}$$

$$\alpha_{cw} = 1.0$$

$$\nu_1 = \nu = 0.6\left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] = 0.6\left[1 - \frac{16}{250}\right] = 0.5616$$

$$V_{Rd,max} = 0.30 \cdot 0.90 \cdot 0.80 \cdot 0.5616 \cdot \frac{16.000/1.5}{2.88}$$

Για $\vartheta = 22^0$, $\cot\vartheta = 2.475$, $\tan\vartheta = 0.404$
υπολογίζουμε:

$$V_{Rd,max} = 449.28 > V_{Ed1} = 428.66\text{kN}$$

Είμαστε λοιπόν εντάξει από πλευράς γωνίας ϑ.

— ***Αντοχή σε τέμνουσα λόγω οπλισμού διάτμησης***

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\vartheta \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rd,s}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\vartheta} \Rightarrow$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{332.06\text{kN}}{0.9 \cdot 80\text{cm} \cdot \left(435 \cdot 10^{-1}\text{kN}/\text{cm}^2\right) \cdot 2.475} = 0.043\text{cm}^2/\text{cm}$$

Για δίτμητο συνδετήρα Ø8

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{2\text{x}0.5\text{cm}^2}{s} = 0.043\text{cm}^2/\text{cm} \Rightarrow s = 23.34\text{cm}$$

Ελάχιστος οπλισμός διάτμησης βάσει EC 2

$$\rho_{w,min} = \frac{0.08\sqrt{f_{ck}}}{f_{yd}} = \frac{0.08\sqrt{16}}{500} = 6.4 \cdot 10^{-4}$$

Για Ø8 δίτμητο $\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w} \Rightarrow s = \frac{A_{sw}}{\rho_{w,min} \cdot b_w} = \frac{1}{6.4 \cdot 10^{-4} \cdot 30\text{cm}} = 52.04$

Ø8/52 εξωπραγματικό. Μέγιστη απόσταση μεταξύ κατακόρυφων συνδετήρων

$s_{\ell,max} = 0.75d = 0.75x80 = 60cm$ Ø8/60, επίσης εξωπραγματικό.

Οι ελάχιστες απαιτήσεις για οπλισμούς συνδετήρων στις κρίσιμες περιοχές για DCM σύμφωνα με τον Ευρωκώδικας 8 έχουν ως εξής:

$$s_w \le \min\left\{8 \cdot d_{b\ell},\ \frac{h_w}{4},\ 24 \cdot d_w,\ 22.5\right\} \Rightarrow$$
$$s_w \le \min\left\{8 \cdot 16,\ \frac{85}{4},\ 24 \cdot 0.8,\ 22.5\right\} \Rightarrow$$
$$s_w \le \min\{12.8cm,\ 21.25cm,\ 19.2cm,\ 22.5cm\} = 12.8cm$$

Συνεπώς τοποθετώ Ø8/12 βάσει Ευρωκώδικα 8 στις κρίσιμες περιοχές και συνεχίζω στις μη κρίσιμες με Ø8/20.

Υπολογίζω αρχικά τις θέσεις στις οποίες μηδενίζονται τα διαγράμματα των ροπών για τις διάφορες φορτίσεις I, II και III

i. Σημείο μηδενισμού ροπών της φόρτισης I

$$271.70x - \frac{1}{2} \cdot 120.75x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ και } x_2 = 4.50m$$

Τα ανωτέρω είναι τα σημεία μηδενισμού του διαγράμματος ροπών στο άνοιγμα AB και λόγω συμμετρίας είναι τα ίδια και στο άνοιγμα BC.

ii. Σημεία μηδενισμού ροπών της φόρτισης II και III

$$M = A \cdot x - \frac{1}{2} q \cdot x^2$$
$$A \cdot x - \frac{1}{2} q \cdot x^2 = 0 \Rightarrow 294.19 \cdot x - \frac{1}{2} \cdot 120.75 \cdot x^2 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 60.375x^2 - 294.19x = 0$$

Η επίλυση της ανωτέρω εξίσωσης $2^{ου}$ βαθμού δίνει τις εξής λύσεις:

$$x_1, x_2 = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} = \frac{-294.19 - 294.19}{-2 \cdot 60.375} = 4.87m \Rightarrow x_1 = 0 \text{ και } x_2 = 4.87m$$

Τα ανωτέρω είναι τα σημεία μηδενισμού των ροπών στο άνοιγμα AB για τη φόρτιση II και τα σημεία μηδενισμού των ροπών στο άνοιγμα BC για τη φόρτιση III.

$$114.19x - \frac{1}{2} \cdot 60.75x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ και } x_2 = 3.76m$$

Τα ανωτέρω είναι τα σημεία μηδενισμού των ροπών στο άνοιγμα AB για τη φόρτιση III και τα σημεία μηδενισμού των ροπών στο άνοιγμα BC για τη φόρτιση II.

— ***Ανοίγματα – αναλαμβανόμενες ροπές***

$$2\varnothing 16 \rightarrow 4.02 \rightarrow \omega = \frac{4.02 \cdot 435}{9.067 \cdot 196 \cdot 80} = 0.0123$$

$$\mu_{sd} = 0.012$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

$$M_{sd} = 0.012 \cdot b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd} = 0.012 \cdot 1.96m \cdot 0.80^2 m^2 \cdot \frac{16.000 \cdot 0.85}{1.5} kN/m^2 = 136.48kNm$$

Βρίσκουμε που τέμνει η ευθεία των 136.48kNm τς καμπύλες ΙΙ και ΙΙΙ στην περιοχή των θετικών ροπών.

$$M(x) = A \cdot x - \frac{1}{2} q \cdot x^2$$

$$M(x) = 294.19 \cdot x - \frac{1}{2} 120.75 \cdot x^2 = +136.48kNm \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 120.75 \cdot x^2 + 294.19x - 136.48 = 0 \Rightarrow$$

$$-60.375x^2 + 294.19x - 136.48 = 0 \Rightarrow$$

$$x^2 - 4.87x + 2.26 = 0 \Rightarrow$$

$$x_1, x_2 = \frac{+4.87 \pm \sqrt{4.87^2 - 4 \cdot 2.26}}{2} = \frac{+4.87 \pm 3.83}{2}$$

$$x_1 = 0.52m$$

$$x_2 = 4.35m$$

— ***Ολόκληρος ο οπλισμός ανοίγματος – αναλαμβανόμενη ροπή***

$$2\varnothing 16 + 3\varnothing 18 = 11.65cm^2 \rightarrow \omega = \frac{11.65cm^2 \cdot 435}{9.067 \cdot 196 \cdot 80} = 0.036$$

$$\mu_{sd} = 0.033$$

$$M_{sd} = 0.033 \cdot 1.96 \cdot 0.80^2 \cdot \frac{16.000 \cdot 0.85}{1.5} kN/m^2 = 375.32kNm$$

— ***Άνω όπλιση – στήριξη – αναλαμβανόμενες ροπές***

$$2\varnothing 18 = 5.09cm^2 \rightarrow \omega = \frac{5.09cm^2 \cdot 435}{30 \cdot 80 \cdot 9.067} = 0.10$$

$$\mu_{sd} = 0.098$$

$$M_{sd} = 0.098 \cdot 0.30 \cdot 0.80^2 \cdot \frac{16.000 \cdot 0.85}{1.5} kN/m^2 = 170.60kNm$$

$$7\varnothing 18 = 17.81cm^2 \rightarrow \omega = \frac{17.81cm^2 \cdot 435}{30 \cdot 80 \cdot 9.067} = 0.356$$

$$\mu_{sd} = 0.29$$

$$M_{sd} = 0.29 \cdot 0.30 \cdot 0.80^2 \cdot \frac{16.000 \cdot 0.85}{1.5} kN/m^2 = 504.83kNm$$

Υπολογίζουμε σε ποια θέση η ευθεία της αναλαμβανόμενης ροπής των -170.60kNm τέμνει την καμπύλη ΙΙΙ

$$M(x) = 114.19 \cdot x - \frac{1}{2} 60.75 \cdot x^2 = -170.60 kNm \Rightarrow$$
$$30.375x^2 - 114.19x - 170.60 = 0 \Rightarrow$$
$$x^2 - 376x - 5.62 = 0$$

Η λύση της ανωτέρω εξίσωσης 2^{ου} βαθμού δίνεται από τη γνωστή σχέση:

$$x_1, x_2 = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}$$
$$x_1, x_2 = \frac{-3.76 \pm \sqrt{3.76^2 + 4 \cdot 5.62}}{2} = \frac{+3.76 \pm \sqrt{14.14 + 22.46}}{2} = \begin{matrix} \rightarrow & +4.90m \\ \rightarrow & -1.15m \end{matrix}$$

Εάν υπάρχει αμφιβολία ποια καμπύλη τέμνει πρώτα η ευθεία των -170.60kNm, την καμπύλη I ή την καμπύλη III, βρίσκουμε σε τι αποστάσεις εμφανίζονται τα σημεία τομής της ευθείας της αναλαμβανόμενης ροπής των 2Ø18 (-170.60kNm) με τις καμπύλες I και III. Οι αποστάσεις των σημείων τομής της εν λόγω ευθείας με την III υπολογίστηκαν ήδη. Προχωρούμε για να υπολογίσουμε τις αποστάσεις των σημείων τομής της ευθείας της αναλαμβανόμενης ροπής των 2Ø18 με την καμπύλη I.

$$271.70 \cdot x - \frac{1}{2} 120.75 \cdot x^2 = -170.60 kNm \Rightarrow$$
$$60.38x^2 - 271.70x + 170.60 = 0 \Rightarrow$$
$$x^2 - 4.5x - 2.83 = 0$$
$$x_1, x_2 = \frac{4.5 \pm \sqrt{4.5^2 - 4 \cdot 2.83}}{2} = \frac{4.5 \pm 5.62}{2} \Rightarrow x_1 = 5.06m \text{ και } x_2 = -0.56m$$

Συνεπώς, απεδείχθη ότι πρώτα τέμνει η ευθεία των -170.60kNm την καμπύλη III και μετά την καμπύλη I, και βεβαίως στον υπολογισμό της κλιμακωτής γραμμής αντοχής στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται η καμπύλη III.

Αναλυτικός υπολογισμός αγκυρώσεων – παραθέσεων

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0.05} / \gamma_c$$

Για C16/20

$f_{ctk,0.05} = 1.3$

$\gamma_c = 1.5$

$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0.05} / \gamma_c = 1.0 \cdot 1.3 / 1.5 = 0.867 MPa$

$f_{bd} = 2.25 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot f_{ctd}$

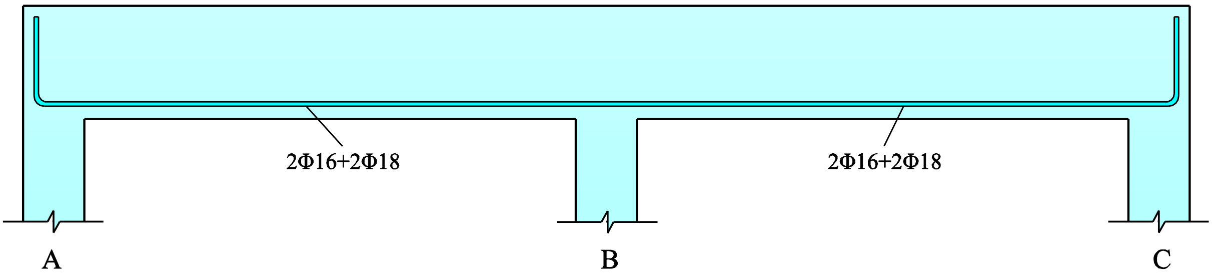
i. Για **ευνοϊκές** συνθήκες συνάφειας

$$f_{bd} = 2.25 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot f_{ctd} = 2.25 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 0.867 = 1.95 MPa$$

ii. Για **μη ευνοϊκές** συνθήκες συνάφειας

$$f_{bd} = 2.25 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot f_{ctd} = 2.25 \cdot 0.7 \cdot 1.0 \cdot 0.867 = 1.365 MPa$$

Κάτω ράβδοι οι οποίες αγκυρώνονται υπό θλίψη και υπό ευνοϊκές συνθήκες αγκύρωσης



Ø16

$$\ell_{b,rqd}=\frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{\sigma_{yd}}{f_{bd}}=\frac{16}{4}\cdot\frac{434.78}{1.95}=891.86mm$$

Ø18

$$\ell_{b,rqd}=\frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{\sigma_{yd}}{f_{bd}}=\frac{18}{4}\cdot\frac{434.78}{1.95}=1003.3mm$$

$$\ell_{bd}=\alpha_1\cdot\alpha_2\cdot\alpha_3\cdot\alpha_4\cdot\alpha_5\cdot\ell_{b,rqd}\geq\ell_{b,min}\Rightarrow$$
$$\ell_{bd}=1.0\cdot1.0\cdot1.0\cdot1.0\cdot1.0\cdot\ell_{b,rqd}\geq\ell_{b,min}$$

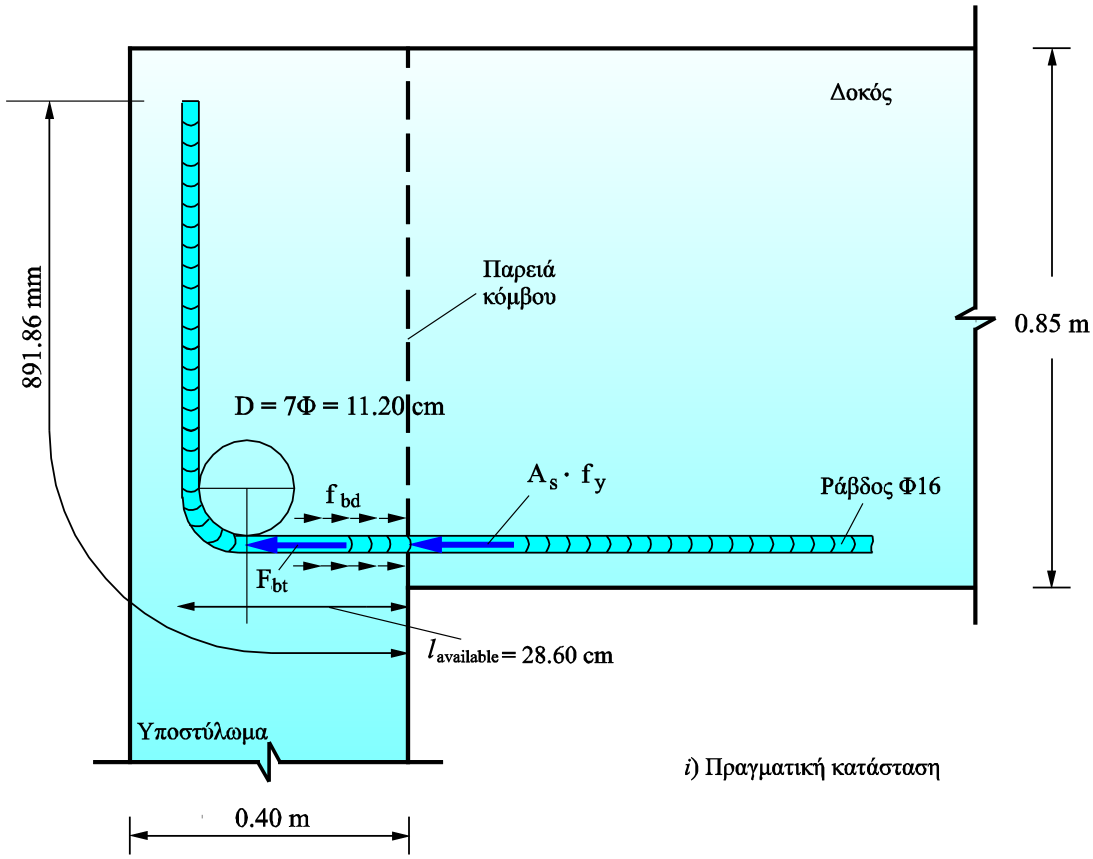
Ø16

$$\ell_{bd}=891.86mm>\ell_{b,min}>\max\begin{Bmatrix}0.6\cdot\ell_{b,rqd}=535.11mm\\10\cdot16mm=160mm\\100mm\end{Bmatrix}=535.11mm$$

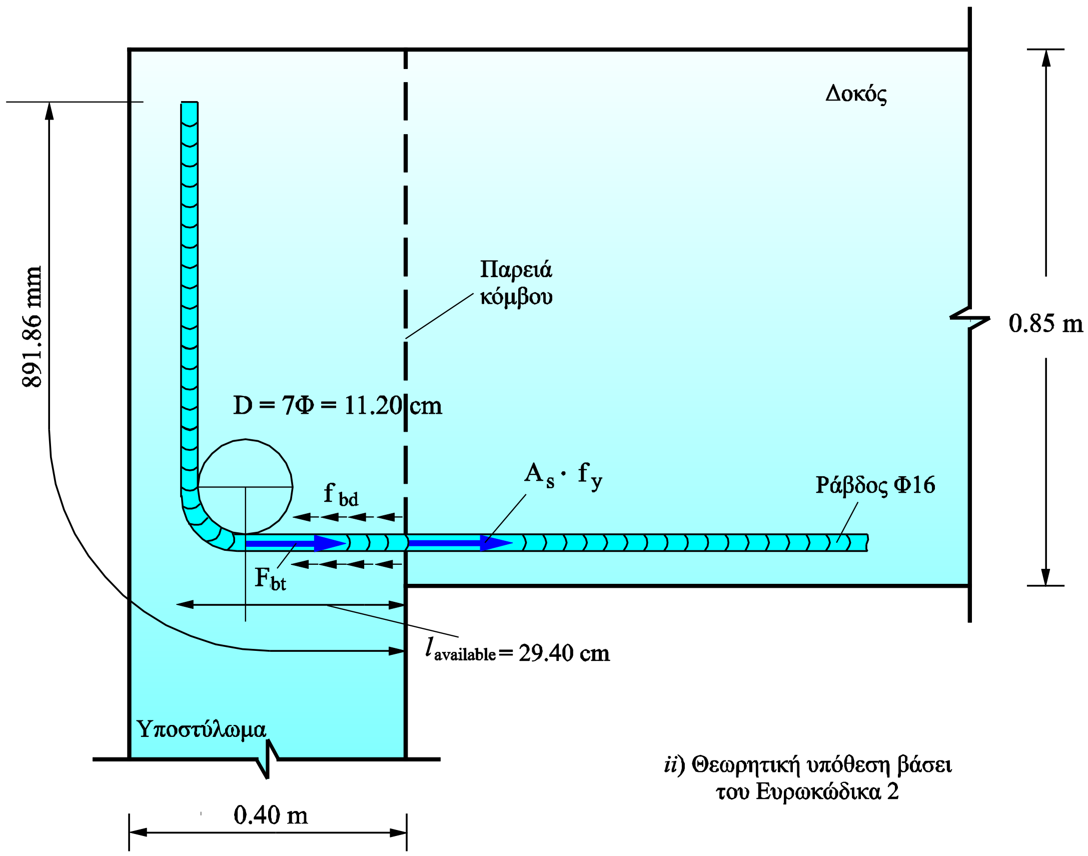
Ø18

$$\ell_{bd}=1003.3mm>\ell_{b,min}>\max\begin{Bmatrix}0.6\cdot\ell_{b,rqd}=601.98mm\\10\cdot18mm=180mm\\100mm\end{Bmatrix}=601.98mm$$

Λαμβάνω αρχικά 7Ø διάμετρο τυμπάνου, την ελάχιστη την οποία συνιστά ο Ευρωκώδικας 2, Πίνακας 6.1 του παρόντος συγγράμματος.



i) Πραγματική κατάσταση



ii) Θεωρητική υπόθεση βάσει του Ευρωκώδικα 2

Υπολογίζω την ελάχιστη απαιτούμενη διάμετρο τυμπάνου σύμφωνα με την § 8.3(3) ΕΛΟΤ, ΕΝ 1992-1-1:2005

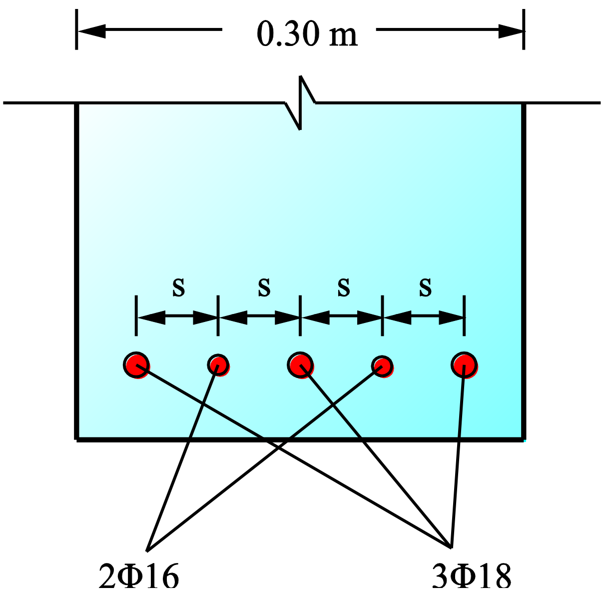
$$\ell_{available} = 40cm - 5cm - 0.8cm - \frac{7 \cdot 1.6}{2} = 28.60cm$$

$$F_{bt} = A_s \cdot f_{yd} - \pi \cdot D \cdot f_{bd} \cdot \ell_{available} \Rightarrow$$

$$F_{bt} = \frac{\pi \cdot 16^2 mm^2}{4} \cdot 434.78 \frac{N}{mm^2} - \pi \cdot 16mm \cdot 1.95 \frac{N}{mm^2} \cdot 286mm =$$

$$= \frac{3.14 \cdot 16^2}{4} \cdot 434.78N - 3.14 \cdot 16 \cdot 1.95 \cdot 286N =$$

$$= 87373.40N - 28019N = 59.35kN$$



$\frac{30}{6} = 5cm = 50mm = s$, όπου s η απόσταση μεταξύ των ράβδων οπλισμού.

Στην εξίσωση $\varnothing_{m,min} \geq F_{bt}\left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2\varnothing}\right) / f_{cd}$ το a_b είναι το ήμισυ της απόστασης της ράβδου

$$a_b = \frac{50mm}{2} = 0.025m, \quad 2\varnothing = 2 \cdot 16mm = 32mm = 0.032m$$

$$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot 16.000}{1.5} \cdot \frac{kN}{m^2} = 9066.7kN/m^2$$

Συνεπώς,

$$\varnothing_{m,min} \geq 59.35kN\left(\frac{1}{0.025m} + \frac{1}{0.032m}\right) / \frac{0.85 \cdot 16.000}{1.5} \cdot \frac{kN}{m^2} \Rightarrow$$

$$\varnothing_{m,min} \geq 59.35(40 + 31.25) / 9066.70 = 0.47m = 47cm$$

$$7\varnothing = 7 \cdot 1.60cm = 11.20\,cm$$

Απαιτούνται

$$\frac{47}{1.6} = 29.38\varnothing \simeq 30\varnothing$$

Επαναλαμβάνω την ανωτέρω διαδικασία με 40Ø

$$\ell_{available} = 40cm - 5cm - 0.8 - \frac{40 \cdot 1.6}{2} = 2.2cm = 22mm$$

$$F_{bt} = 87.37kN - \frac{3.14 \cdot 16 \cdot 1.95 \cdot 22}{1000} kN = 85.21kN$$

$$\varnothing_{m,min} \geq \frac{85.21 \cdot 71.25}{9066.70} = 0.67m = 67cm$$

$40 \cdot 1.6 = 64$

Δεν επαρκεί

Επαναλαμβάνω τη διαδικασία με 42Ø

$$\ell_{available} = 40cm - 5cm - 0.8cm - \frac{42 \cdot 1.6}{2} = 0.6cm = 6mm$$

$$F_{bt} = 87.33kN - \frac{3.14 \cdot 16 \cdot 1.95 \cdot 6}{1000} kN = 86.78kN$$

$$\varnothing_{m,min} \geq \frac{86.78 \cdot 71.25}{9066.70} = 0.682m = 68.20cm$$

$42 \cdot 1.6 = 67.20cm$

Δεν επαρκεί

Επαναλαμβάνω την ανωτέρω διαδικασία με 43Ø

$$\ell_{available} = 40cm - 5cm - 0.8 - \frac{43 \cdot 1.6}{2} = -0.2cm$$

Έτσι καταλήγουμε σε κατασκευαστική αδυναμία, διότι η καμπύλη θεωρητικά αρχίζει από τη δοκό. Συνεπώς, αυξάνω τις διαστάσεις του υποστυλώματος και από 40x40cm μετατρέπεται σε 50x50cm και δοκιμάζω ξανά με 43Ø.

Συνεχίζω τους υπολογισμούς για την αγκύρωση του οπλισμού Ø16 στο υποστύλωμα 50cmx50cm και δοκιμάζω για διάμετρο τυμπάνου 43Ø.

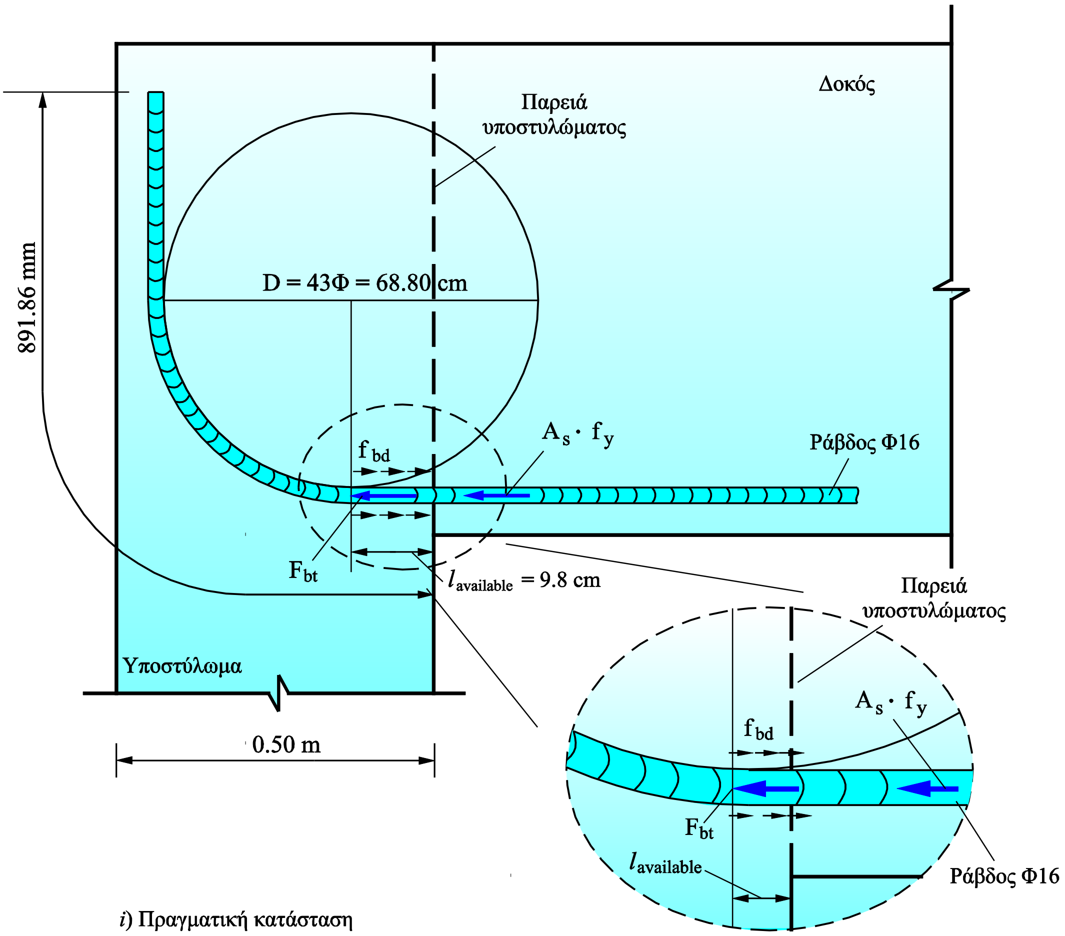
$$\ell_{available} = 50cm - 5cm - 0.8cm - \frac{43 \cdot 1.6}{2} = 9.8cm = 98mm$$

$$F_{bt} = 87.33kN - \frac{3.14 \cdot 16 \cdot 1.95 \cdot 98mm}{1000} kN = 77.77kN$$

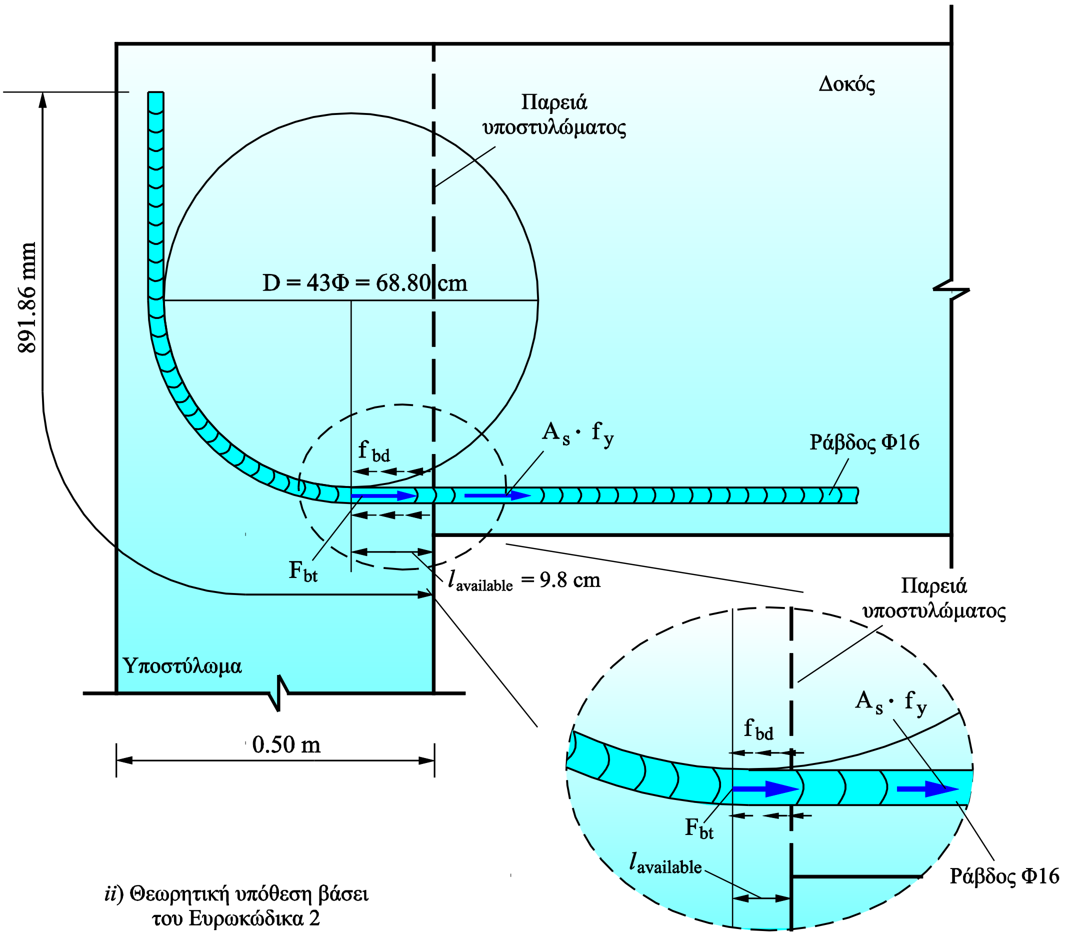
$$\varnothing_{m,min} \geq \frac{77.77kN \cdot 71.25}{9066.70} = 0.61m = 61mm$$

$$\frac{61}{1.6} = 38.125$$

Συνεπώς, η καμπύλη του τυμπάνου 43Ø είναι αποδεκτή για τις ράβδους του κάτω οπλισμού με διάμετρο Ø16.



i) Πραγματική κατάσταση



ii) Θεωρητική υπόθεση βάσει
του Ευρωκώδικα 2

Συνεχίζω τους υπολογισμούς και δοκιμάζω διάμετρο τυμπάνου 43Ø για τις ράβδους Ø18 και για υποστύλωμα διαστάσεων 50cmx50cm.

$$\ell_{available} = 50cm - 5cm - 0.9cm - \frac{43 \cdot 1.8}{2} = 5.4cm = 54mm$$

$$F_{bt} = \frac{\pi \cdot 18^2 mm^2}{4} \cdot 434.78 \frac{N}{mm^2} - \pi \cdot 18 \cdot 1.95 \frac{N}{mm^2} \cdot 54mm \Rightarrow$$

$$F_{bt} = 110.58kN - 5.95kN = 104.63kN$$

$$\varnothing_{m,min} = 104.63\left(\frac{1}{0.025} + \frac{1}{0.036}\right) / 9066.70 = \frac{104.63(40 + 27.77)}{9066.70} = 0.78m$$

$$\frac{78}{1.8} = 43.33\varnothing$$

Συνεπώς, η καμπύλη αγκύρωσης με τύμπανο διαμέτρου 43Ø δεν είναι αποδεκτή για τους κάτω οπλισμούς με διάμετρο Ø18.

Δοκιμάζω εκ νέου με 44Ø.

$$\ell_{available} = 50cm - 5cm - 0.9cm - \frac{44 \cdot 1.8}{2} = 4.5cm = 45mm$$

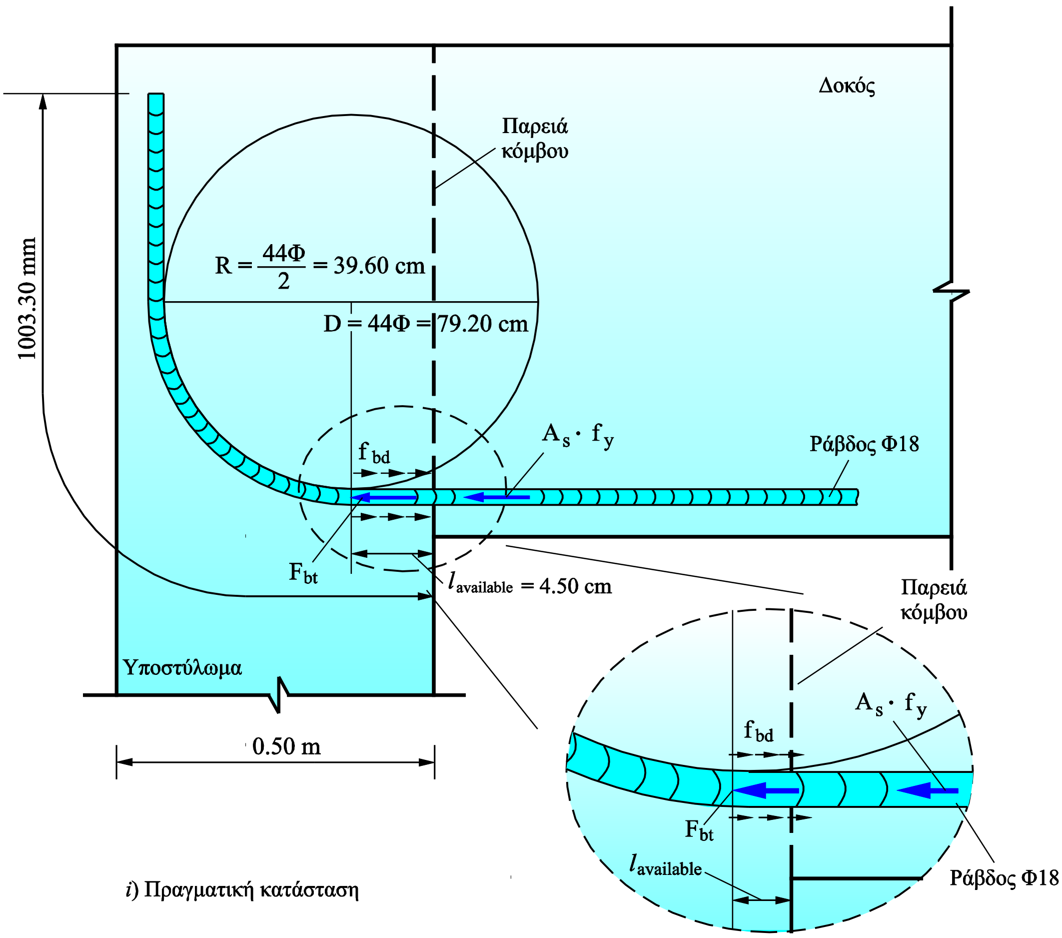
$$F_{bt} = 110.58kN - \pi \cdot 18 \cdot 1.95 \frac{N}{mm^2} \cdot 45mm \Rightarrow$$

$$F_{bt} = 110.58kN - 4.96kN = 105.62kN$$

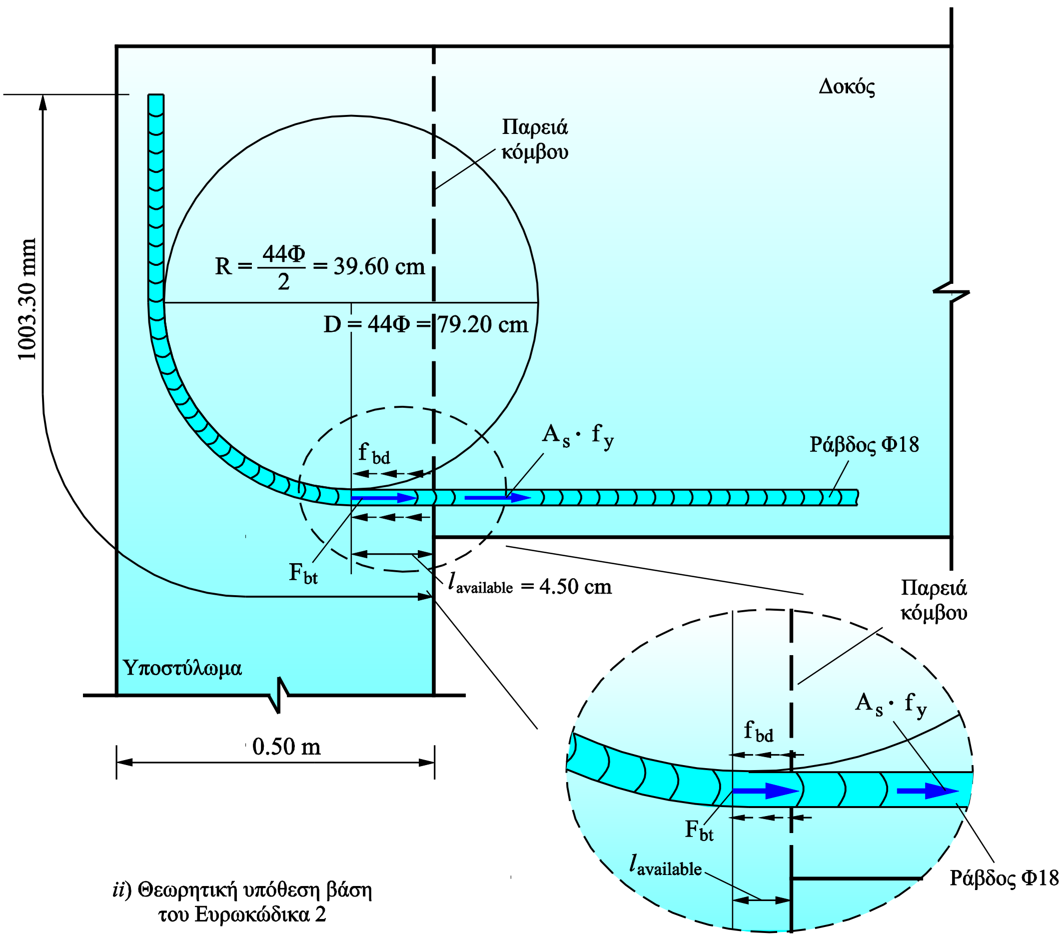
$$\varnothing_{m,min} = 105.62kN\left(\frac{1}{0.025} + \frac{1}{0.036}\right) / 9066.70 = \frac{105.62kN(40 + 27.77)}{9066.70} = 0.79m$$

$$\frac{79}{1.8} = 44\varnothing$$

Οριακά καλυπτόμαστε με καμπύλη αγκύρωσης με τύμπανο διαμέτρου 44Ø.
Η αγκύρωση και των δύο ομάδων ράβδων διαμέτρων Ø16 και Ø18 στην πραγματική κατασκευή θα πραγματοποιηθεί με καμπύλη με διάμετρο τυμπάνου 44 · 1.8cm = 79.20cm.

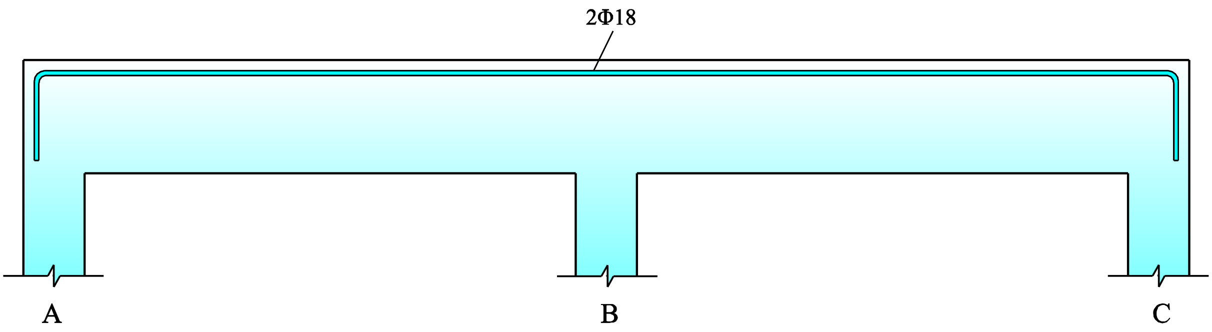


i) Πραγματική κατάσταση



ii) Θεωρητική υπόθεση βάση του Ευρωκώδικα 2

Άνω ράβδοι οι οποίες αγκυρώνονται υπό εφελκυσμό υπό δυσμενείς συνθήκες αγκύρωσης



$$c_1 = 50 - 9 = 41mm$$
$$a = 200 - 18 = 182mm$$
$$C = 41mm$$
$$c_d = \min\left[\frac{a}{2}, c_1\right] = \min\left[\frac{182}{2}, 41\right] = 41mm$$

Απο τον Πίνακα 6.2 του παρόντος συγγράμματος παίρνουμε ότι αν $c_d > 3Ø$ τότε $α_1 = 0.7$ και επειδή

$$c_d = 41mm < 54mm = 3\varnothing = 3 \cdot 18$$

Έχουμε $α_1 = 1.0$ και $\alpha_2 = 1 - 0.15(4.1 - 3 \cdot 1.8) / 1.8 = 1.11$

Επειδή δεν επιτρέπεται τιμή $α_2$ μεγαλύτερη της μονάδας, Πίνακας 6.2 του παρόντος συγγράμματος (Πίνακας 8.2, ΕΛΟΤ ΕΝ 1992-1-1:2005), λαμβάνω $α_2 = 1.0$. Συνεπώς, $α_1 = 1.0$ και $α_2 = 1.0$.

Ø18

$$\ell_{b,rqd} = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{\sigma_{yd}}{f_{bd}} = \frac{18}{4} \cdot \frac{434.78}{1.365} = 1433.34mm$$

Στους άνω οπλισμούς επικρατούν μη ευνοϊκές συνθήκες συνάφειας

$$\ell_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot \ell_{b,rqd} \geq \ell_{b,min}$$
$$\ell_{bd} = 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot \ell_{b,rqd} =$$
$$\ell_{bd} = \ell_{b,rqd} = 1433.34 \geq \ell_{b,min} > \max\begin{bmatrix} 0.30 \cdot 1433.34 = 430mm \\ 10 \cdot 18mm = 180mm \\ 100mm \end{bmatrix} = 430mm$$

Δοκιμάζω αρχικά με 30Ø για τη διάμετρο των Ø18 που βρίσκονται στην άνω παρειά της δοκού.

$$\ell_{available} = 50cm - 5cm - 0.9cm - \frac{30 \cdot 1.8cm}{2} = 17.10cm$$
$$F_{bt} = 110.58kN - \frac{3.14 \cdot 18 \cdot 1.365 \cdot 171}{1000} kN \Rightarrow$$
$$F_{bt} = 97.38kN$$

$a_b = 0.10m$

$$\varnothing_{m,min} = 97.38\left(\frac{1}{0.10m} + \frac{1}{0.036m}\right) / 9066.70kN/m^2 =$$

$$= \frac{97.38 \cdot 37.77}{9066.70} = 0.41m = 41cm$$

$$\frac{41}{1.8} = 22.77\varnothing$$

Συνεπώς η διάμετρος των 30Ø είναι αποδεκτή.

Δοκιμάζω και για διάμετρο 25Ø.

$$\ell_{available} = 50cm - 5cm - 0.9cm - \frac{25 \cdot 1.8cm}{2} = 21.6cm$$

$$F_{bt} = 110.58kN - \frac{3.14 \cdot 18 \cdot 1.365 \cdot 216}{1000} kN \Rightarrow$$

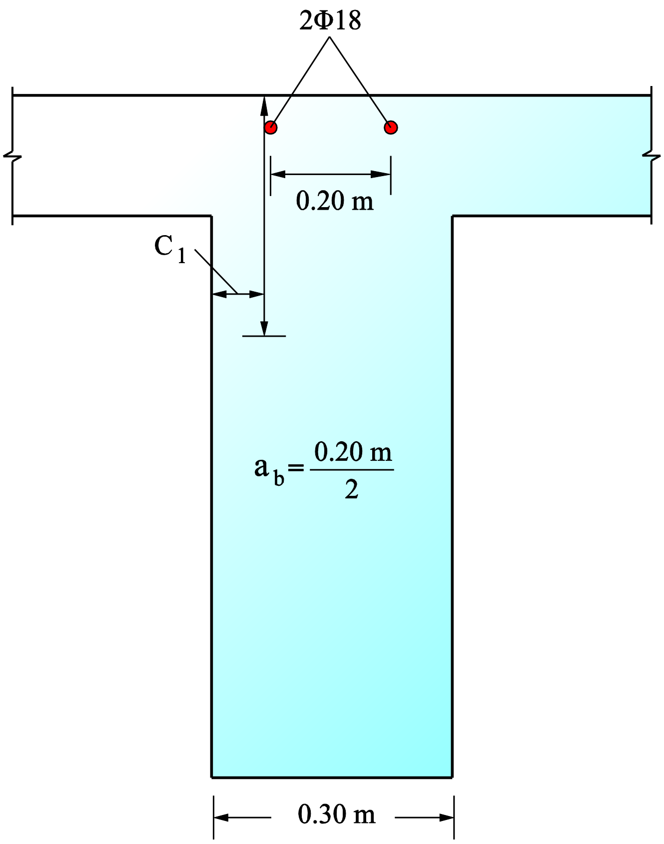
$$F_{bt} = 93.92kN$$

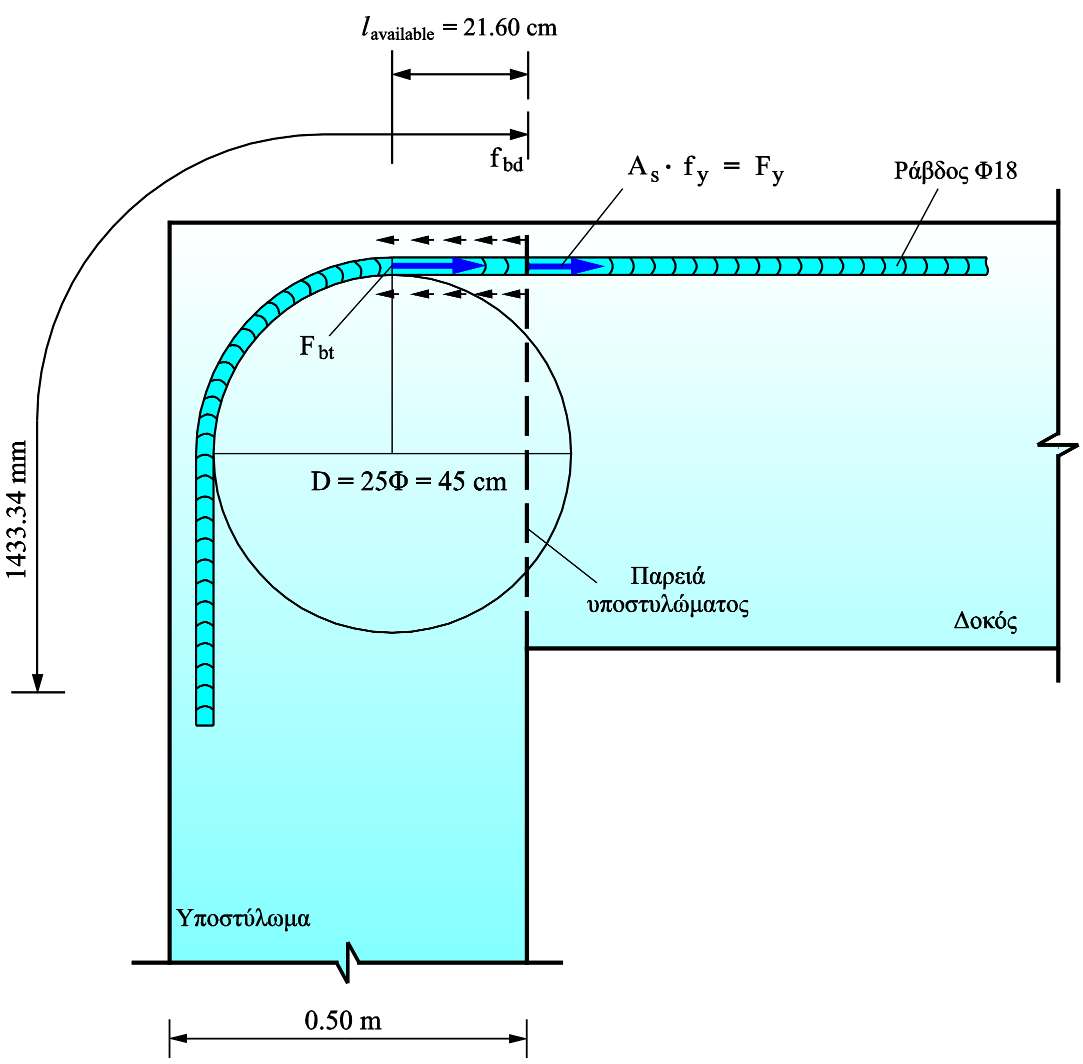
$$\varnothing_{m,min} = 93.92\left(\frac{1}{0.10m} + \frac{1}{0.036m}\right) / 9066.70kN/m^2 = \frac{93.92 \cdot 37.70}{9066.70} = 0.39m$$

$$\frac{39}{1.8} = 21.66\varnothing$$

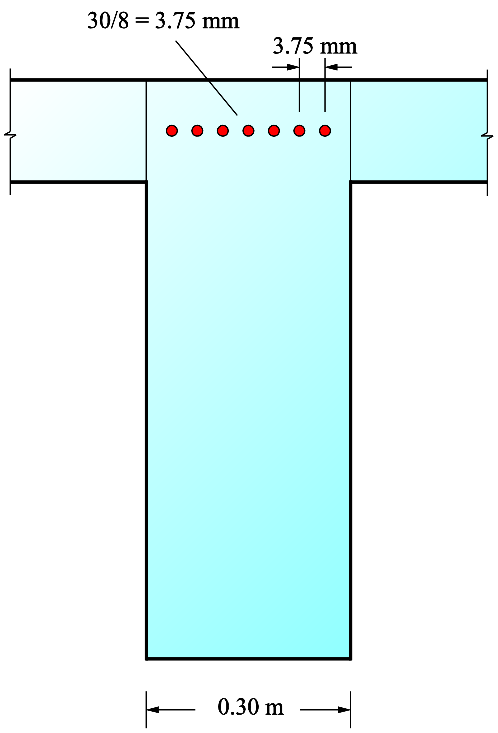
$$25\varnothing = 25 \cdot 1.8 = 45cm$$

Συνεπώς και η τιμή της διαμέτρου των 25Ø είναι αποδεκτή και αυτήν θα διατηρήσω.





Αγκυρώσεις των προσθέτων 5Ø18 στη στήριξη



$$c_1 = 37.50 - 9 = 28.5mm$$
$$C = 50 - 9 = 41mm$$
$$a = 37.5 - 18 = 19.5mm$$
$$c_d = \min\left[\frac{a}{2}, c_1, C\right] = \min\left[\frac{19.5}{2},\ 41,\ 28.5\right] = 9.75$$
$$\alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - 1.8)/\ 1.8 = 1 - 0.15(0.975 - 1.8)/1.8 = 1.07$$

Λαμβάνω $\alpha_2 = 1.0$
Συνεπώς το α3 εξαρτάται από τους συνδετήρες
Θεωρώ μήκος 1433.34mm

$$n_{\sigma\upsilon\nu\delta} = \frac{1433.34}{200} + 1 = 7.16 + 1 = 8$$
$$\Sigma A_{st,min} = 0.25A_s = 0.25 \cdot 2.54 = 0.635$$
$$A_{st} = 8 \cdot 0.5 = 4cm^2$$
$$\lambda = \frac{\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}}{A_s} = \frac{4.0 - 0.635}{2.54} = 1.32$$
$$\alpha_3 = 1 - k \cdot \lambda = 1 - 0.05 \cdot 1.32 = 0.934$$
$$\ell_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot \ell_{b,rqd} = 1.0 \cdot 1.0 \cdot 0.934 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot \ell_{b,rqd} \Rightarrow$$
$$\ell_{bd} = 0.934 \cdot 1433.34cm = 1338.40mm$$

Παραθέσεις των 2Ø18 ράβδων οι οποίες λειτουργούν στην άνω περιοχή της δοκού και ως montage

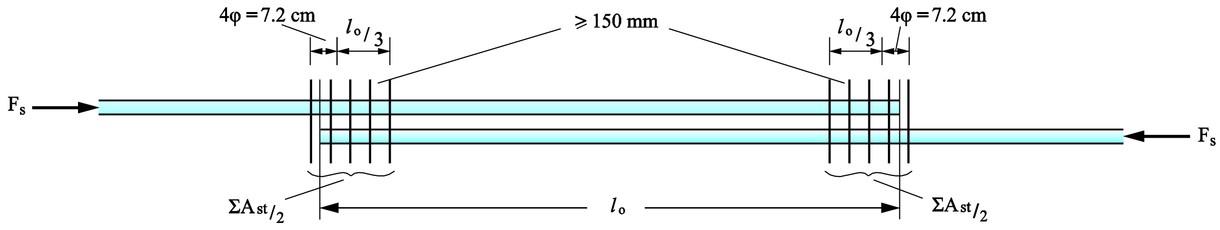
$$\ell_o = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \cdot \ell_{b,rqd} \geq \ell_{o,min}$$
$$\ell_o = 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot 1.0 \cdot \alpha_6 \cdot \ell_{b,rqd} \geq \ell_{o,min}$$
$$\ell_{b,rqd} = 1433.34mm$$

$\alpha_6 = 1.5$ (Πίνακας 8.3 – Τιμές του συντελεστή α_6 του Ευρωκώδικα 2)

$$\ell_o = 1.5 \cdot 1433.34 = 2150.01 > \ell_{o,min}$$
$$\ell_{o,min} > \max\begin{bmatrix} 0.30 \cdot 2150.01mm = 64.5mm \\ 15 \cdot 18mm = 270 \\ 200mm \end{bmatrix} = 645mm$$

$$\frac{\ell_o}{3} = 716.67mm$$
$$71.67cm + 7.2cm \simeq 80cm$$
$$\frac{80}{15} \simeq 5$$

Σε κάθε ένα από τα εκατέρωθεν ευθύγραμμα τμήματα των παραθέσεων $\frac{\ell_0}{3}+4\varnothing$ τοποθετούμε 5 συνδετήρες Ø8.



Διόρθωση υπολογισμών σε διάτμηση

Η αύξηση των διαστάσεων του υποστυλώματος έχει επίπτωση στον υπολογισμό σε διάτμηση. Πραγματοποιούμε τον υπολογισμό με τα νέα δεδομένα.

$$V_{Ed,1}(Br) = 452.81 - 120.75 \cdot 0.25 = 422.62kN$$

$$V_{Ed,2}(Br) = 422.62 - 120.75 \cdot 0.80 = 326.022kN$$

i. Έλεγχος εάν απαιτείται οπλισμός διάτμησης

$$V_{Rd,c} = 98.55kN < V_{Ed,2} = 326.022kN$$

ii. Αντοχή έναντι συντριβής των θλιβόμενων διαγωνίων

$$V_{Rd,max} = 449.28kN > V_{Ed1} = 422.62kN$$

Είμαστε εντάξει από πλευράς γωνίας ϑ

iii. Αντοχή σε τέμνουσα λόγω οπλισμού διάτμησης

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\vartheta \Rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Rd,s}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot\vartheta}$$

$$z = 0.9 \cdot 0.80 = 0.72$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{326.022kN}{0.9 \cdot 0.80cm \cdot \left(43.5kN/cm^2\right) \cdot 2.475} = 0.042cm^2/cm$$

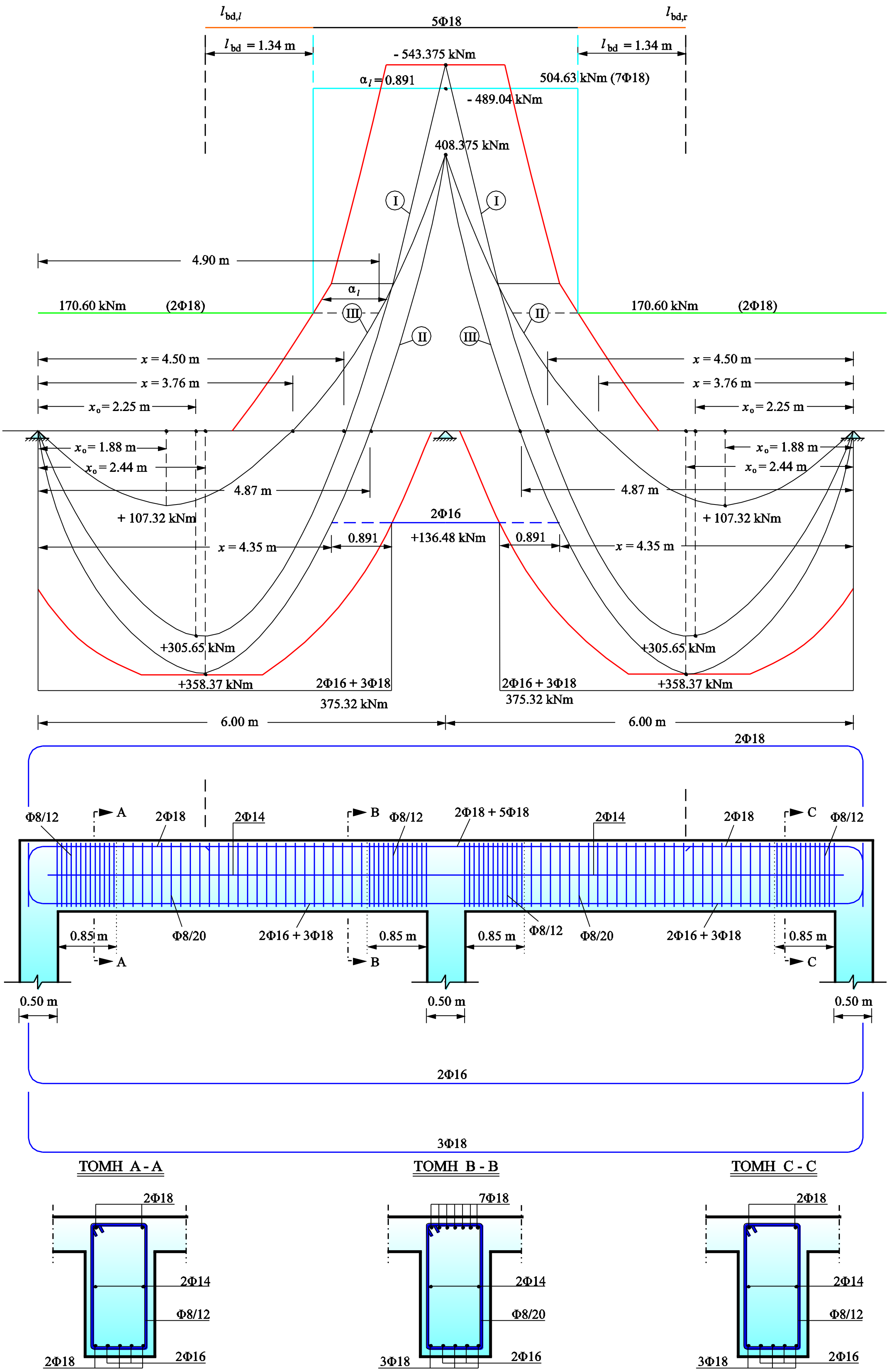
Για δίτμημο συνδετήρα Ø8

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{2 \cdot 0.5cm^2}{s} = 0.042cm^2/cm \Rightarrow s = 23.78cm$$

Συνεπώς απαιτούνται Ø8/23 όσα υπολογίσαμε και όταν τα υποστυλώματα ήταν διαστάσεων 40cm x 40cm. Συνεπώς παρατηρούμε ότι η αύξηση των διαστάσεων του υποστυλώματος δεν είχε καμία ουσιαστική επίπτωση στον υπολογισμό σε διάτμηση. Στο αποτέλεσμα αυτό δυνάμεθα βεβαίως να οδηγηθούμε με την παρατήρηση ότι εφόσον αυξάνεται η διάσταση του υποστυλώματος αυτομάτως ελλατώνονται όλες οι τέμνουσες με τις οποίες πραγματοποιούμε τους ελέγχους, ήτοι τόσο η τέμνουσα στην παρειά όσο και η τέμνουσα σε απόσταση d από την παρειά,

Αξίζει να σημειωθεί ότι η απαιτούμενη αλλαγή των διαστάσεων των υποστυλωμάτων αφορούσε τα ακραία υποστυλώματα. Έτσι, ήταν δυνατόν να διατηρηθεί το μεσαίο υποστύλωμα 40cmx 40cm και να μην επαναληφθεί ο έλεγχος σε διάτμηση. Επειδή όμως τα μεσαία υποστυλώματα κτιριακών κατασκευών φέρουν μεγαλύτερα φορτία βαρύτητας από τα ακραία, θα ήταν κατασκευαστικά απαράδεκτη η διατήρηση της διατομής των 40cmx 40cm στο μεσαίο υποστύλωμα.

Στο σχήμα το οποιο ακολουθεί φαίνεται η διάταξη όπλισης της δοκού βάσει κατασκευής κατάλληλης κλιμακωτής γραμμής αντοχής η οποία περιβάλλει τη μετατοπισμένη κατά a_ℓ περιβάλλουσα ροπών και τα πλήρη αναπτύγματα των οπλισμών στα οποία υπάρχουν οι λεπτομερώς υπολογισθείσες αγκυρώσεις σε κάθε επιμέρους θέση.



$l_{bd,l}$
5Φ18
$l_{bd,r}$
l_{bd} = 1.34 m
- 543.375 kNm
l_{bd} = 1.34 m
α_l = 0.891
504.63 kNm (7Φ18)
- 489.04 kNm
408.375 kNm
I
I
4.90 m
α_l
170.60 kNm
(2Φ18)
III
II
170.60 kNm
(2Φ18)
II
III
x = 4.50 m
x = 4.50 m
x = 3.76 m
x = 3.76 m
x_o = 2.25 m
x_o = 2.25 m
x_o = 1.88 m
x_o = 1.88 m
x_o = 2.44 m
x_o = 2.44 m
4.87 m
4.87 m
+ 107.32 kNm
+ 107.32 kNm
2Φ16
x = 4.35 m
0.891
+136.48 kNm
0.891
x = 4.35 m
+305.65 kNm
+305.65 kNm
+358.37 kNm
2Φ16 + 3Φ18
375.32 kNm
2Φ16 + 3Φ18
375.32 kNm
+358.37 kNm
6.00 m
6.00 m
2Φ18
Φ8/12
A
2Φ18
2Φ14
B
Φ8/12
2Φ18 + 5Φ18
2Φ14
2Φ18
C
Φ8/12
0.85 m
Φ8/20
2Φ16 + 3Φ18
0.85 m
0.85 m
Φ8/12
Φ8/20
2Φ16 + 3Φ18
0.85 m
A
B
C
0.50 m
0.50 m
0.50 m
2Φ16
3Φ18
ΤΟΜΗ Α - Α
ΤΟΜΗ Β - Β
ΤΟΜΗ C - C
2Φ18
2Φ14
Φ8/12
2Φ18
2Φ16
7Φ18
2Φ14
Φ8/20
3Φ18
2Φ16
2Φ18
2Φ14
Φ8/12
3Φ18
2Φ16