ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΝΑΛΛΑΚΤΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

4.1 Εισαγωγή - τύποι εναλλακτών

Εναλλάκτες θερμότητας είναι οι συσκευές στις οποίες έχουμε μεταφορά ενέργειας, με τη μορφή θερμότητας, μεταξύ δύο ρευστών που βρίσκονται σε διαφορετικές θερμοκρασίες και διαχωρίζονται συνήθως από κάποιο τοίχωμα.

Οι εναλλάκτες θερμότητας χωρίζονται σε κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο μεταφοράς θερμότητας, τον τύπο της ροής και την κατασκευαστική τους διάταξη.

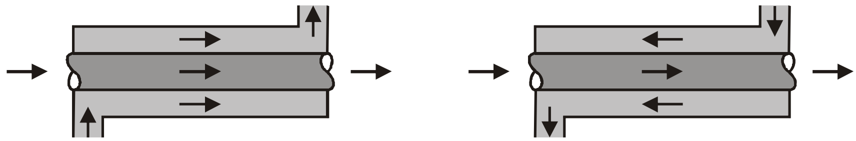
Ανάλογα με τον τρόπο μεταφοράς θερμότητας, οι εναλλάκτες θερμότητας διακρίνονται σε εναλλάκτες *άμεσης, έμμεσης ή ημιάμεσης* μετάδοσης.

Στους εναλλάκτες *άμεσης* μετάδοσης, η θερμότητα μεταφέρεται από το θερμό ρευστό στο ψυχρό με άμεση επαφή ή ανάμιξη των δύο ρευστών. Οι πύργοι ψύξης του νερού των σταθμών παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας είναι χαρακτηριστικό δείγμα αυτού του τύπου εναλλακτών.

Στους εναλλάκτες *έμμεσης* μετάδοσης, το θερμό και το ψυχρό ρευστό ρέουν ταυτόχρονα μέσα στον εναλλάκτη, διαχωρίζονται δε από ενδιάμεσα τοιχώματα μέσω των οποίων και γίνεται η μεταφορά θερμότητας. Η πλειοψηφία των εμπορικών εναλλακτών ανήκουν στην κατηγορία αυτή, γι' αυτό και σε τμήμα της βιβλιογραφίας αναφέρονται σαν εναλλάκτες κλασσικού τύπου. Οι ατμολέβητες, οι συμπυκνωτές τα θερμαντικά σώματα είναι χαρακτηριστικά δείγματα εναλλακτών έμμεσης μετάδοσης.

Οι εναλλάκτες *ημιάμεσης* μετάδοσης είναι διατάξεις στις οποίες η ίδια επιφάνεια θέρμανσης εκτίθεται διαδοχικά στο θερμό και το ψυχρό ρευστό. Η επιφάνεια αυτή απάγει και αποθηκεύει θερμότητα από το θερμό ρευστό όταν βρίσκεται σε επαφή μ' αυτό. Όταν στη συνέχεια διακοπεί η ροή του θερμού ρευστού και ακολουθήσει η ροή του ψυχρού, η επιφάνεια αποδίδει στο ψυχρό ρευστό την αποθηκευμένη θερμότητα. Οι εναλλάκτες αυτού του τύπου είναι γνωστοί σαν αναγεννητές. Οι προθερμαντές αέρα τύπου Ljungstrom είναι ένα χαρακτηριστικό δείγμα εναλλακτών ημιάμεσης μετάδοσης.

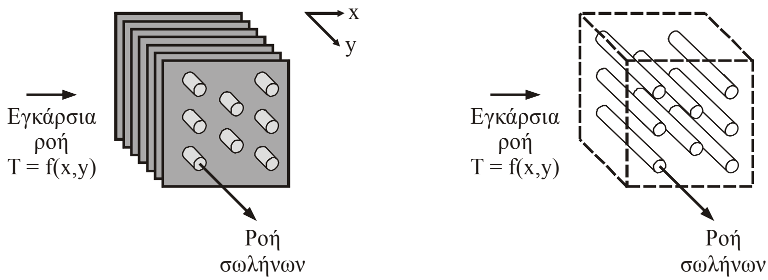
Σχετικά τώρα με τη διάκριση των εναλλακτών ανάλογα με τον τύπο της ροής και την κατασκευαστική τους διάταξη. Ο απλούστερος εναλλάκτης αποτελείται από δύο ομοαξονικούς σωλήνες στους οποίους τα δύο ρευστά ρέουν προς την ίδια ή αντίθετες διευθύνσεις. Αν ρέουν προς την ίδια διεύθυνση έχουμε εναλλάκτη *ομορροής* (Σχ. 4.1α) ενώ αν ρέουν προς αντίθετες διευθύνσεις τότε ο εναλλάκτης είναι *αντιρροής* (Σχ. 4.1β)



(α) (β)

Σχήμα 4.1. Εναλλάκτες ομοαξονικών σωλήνων α. ομορροής β. αντιρροής

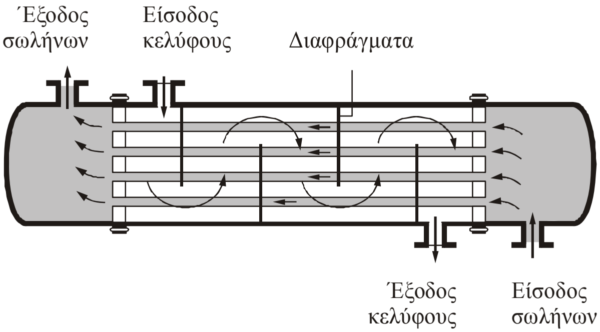
Αν οι ροές των δύο ρευστών είναι *εγκάρσιες* (*σταυρωτή ροή*) τότε οι εναλλάκτες μπορεί να είναι *πτερυγιοφόρων ή μη σωλήνων*, πράγμα το οποίο καθορίζει αν οι ροές θα είναι *μιγνυόμενες ή μη μιγνυόμενες* (Σχ. 4.2). Κάθε ροή είναι δυνατό να αναμιγνύεται ή όχι στη διεύθυνση την εγκάρσια προς τη διεύθυνση κίνησης του ρευστού ανάλογα με το αν αυτό ρέει ή όχι μέσα σε κανάλια ή σωλήνες.



(α) (β)

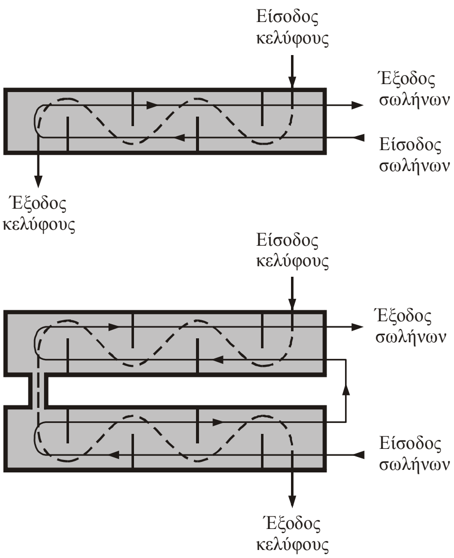
Σχήμα 4.2. Εναλλάκτες σταυρωτής ροής α. Πτερυγιοφόρων σωλήνων με τις δύο ροές μη μιγνυόμενες β. Μη πτερυγιοφόρων σωλήνων με τη μια ροή μιγνυόμενη (εγκάρσια ροή) και την άλλη μη μιγνυόμενη (ροή σωλήνων).

Τέλος ένας πολύ διαδεδομένος τύπος εναλλακτών είναι οι εναλλάκτες *δέσμης σωλήνων - κελύφους* (Σχ. 4.3). Οι εναλλάκτες του τύπου αυτού διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τον αριθμό των κελυφών (εξωτερικές διαδρομές) και των σωλήνων (εσωτερικές διαδρομές) (Σχ. 4.4). Στους εναλλάκτες αυτούς τοποθετούνται συνήθως διαφράγματα στο κέλυφος, τα οποία προκαλούν διαταραχές στη ροή και την καθιστούν τυρβώδη, με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο συντελεστής συναγωγής του ρευστού που ρέει στο κέλυφος.



Σχήμα 4.3. Εναλλάκτης δέσμης σωλήνων - κελύφους μιας εξωτερικής και μιας εσωτερικής διαδρομής

Είναι προφανές ότι ο συνδυασμός των ροών και των κατασκευαστικών διατάξεων οδηγεί σε μεγάλη ποικιλία εναλλακτών. Η πλειοψηφία πάντως των εμπορικών εναλλακτών ανήκει σε έναν από τους τρεις βασικούς τύπους: ομορροής ή αντιρροής, δέσμης σωλήνων-κελύφους και σταυρωτής ροής.



Σχήμα 4.4. Εναλλάκτες δέσμης σωλήνων - κελύφους. α. Μια εξωτερική - δύο εσωτερικές διαδρομές. β. Δύο εξωτερικές - τέσσερις εσωτερικές διαδρομές.

Οι συνδυασμοί τέλος ροών και τύπων κατασκευής είναι καθοριστικής σημασίας για τους συντελεστές συναγωγής και τις θερμοκρασιακές διαφορές μεταξύ των ρευστών, εν τέλει δηλαδή για τη θερμορροή που λαμβάνει χώρα στον εναλλάκτη.

4.2 Ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας εναλλάκτη θερμότητας.

Η θερμορροή που μεταφέρεται σ' ένα εναλλάκτη από το θερμό στο ψυχρό ρευστό υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\dot{Q} = kA\Delta T_m \tag{4.1}$$

όπου:

k: ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας του εναλλάκτη $[W/m^2 \cdot °C]$

A: η συνολική επιφάνεια συναλλαγής θερμότητας του εναλλάκτη $[m^2]$

ΔT_m: η κατάλληλη θερμοκρασιακή διαφορά στον εναλλάκτη $[^oC]$

Ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας συνδέεται με τη συνολική θερμική αντίσταση μεταξύ των δύο ρευστών με τη σχέση:

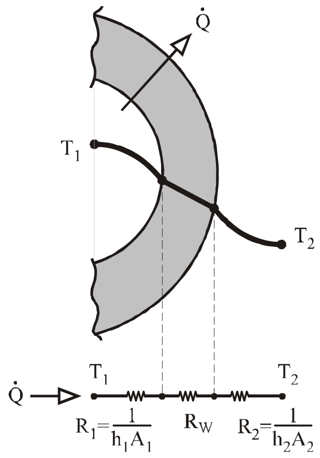
$$kA=1/R_{ολ} \tag{4.2}$$

Η συνολική αυτή θερμική αντίσταση είναι το άθροισμα των επί μέρους θερμικών αντιστάσεων που εμφανίζονται στη μεταφορά θερμότητας με συναγωγή αρχικά από το θερμό ρευστό στο τοίχωμα, με αγωγή στο διαχωριστικό τοίχωμα των δύο ρευστών και με συναγωγή από το τοίχωμα στο ψυχρό ρευστό.

Ας θεωρήσουμε για παράδειγμα ένα απλό ενναλάκτη που αποτελείται από δυο ομοαξονικούς σωλήνες. Στον εσωτερικό σωλήνα ρέει το ρευστό '1' θερμοκρασίας T_1 και στο δακτύλιο μεταξύ των δύο σωλήνων το ρευστό '2' θερμοκρασίας T_2. Θεωρούμε επίσης ότι το ρευστό που ρέει στον εσωτερικό σωλήνα είναι το θερμό ρευστό. Αν h_1 και h_2 είναι οι συντελεστές συναγωγής των ρευστών '1' και '2' αντίστοιχα, η συνολική θερμική αντίσταση θα είναι (Σχ. 4.5):

$$R_{ολ} = R_1 + R_w + R_2 = \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{\ell n(r_2 / r_1)}{2\pi L\lambda} + \frac{1}{h_2 A_2} \tag{4.3}$$

όπου $A_1=2\pi r_1 L$ και $A_2=2\pi r_2 L$ το εμβαδόν της εσωτερικής και της εξωτερικής επιφάνειας του διαχωριστικού τοιχώματος αντίστοιχα, L το μήκος του εναλλάκτη, r_1 και r_2 η εσωτερική και εξωτερική ακτίνα του διαχωριστικού τοιχώματος αντίστοιχα.



Σχήμα 4.5 Θερμική αντίσταση εναλλάκτη ομοαξονικού σωλήνα

Θα είναι λοιπόν:

$$\frac{1}{kA}=\frac{1}{k_1A_1}=\frac{1}{k_2A_2}=R_{o\lambda}=\frac{1}{h_1A_1}+\frac{\ell n(r_2/r_1)}{2\pi L\lambda}+\frac{1}{h_2A_1} \tag{4.4}$$

Να σημειωθεί ότι ο υπολογισμός του γινομένου kA δεν απαιτεί τον καθορισμό της θερμής ή ψυχρής πλευράς ($k_1A_1= k_2A_2$). Ο υπολογισμός όμως του συνολικού συντελεστή εξαρτάται από το αν αυτός βασίζεται στη θερμή ή τη ψυχρή πλευρά της επιφάνειας μεταφοράς θερμότητας επειδή $k_1\neq k_2$ αν $A_1\neq A_2$. Οι δύο επιφάνειες μεταφοράς θερμότητας (θερμή και ψυχρή) γενικά διαφέρουν. Στην μια πλευρά π.χ. μπορεί να υπάρχουν πτερύγια.

Η εξίσωση (4.4) δίνει τον συντελεστή θερμοπερατότητας ενός απλού στοιχείου εναλλάκτη, με καθαρό διαχωριστικό τοίχωμα. Συνήθως όμως, στις επιφάνειες των εναλλακτών κατά τη λειτουργία τους εμφανίζονται επικαθίσεις από τις ακαθαρσίες των ρευστών, το σχηματισμό σκουριάς ή από άλλες αντιδράσεις μεταξύ ρευστών και τοιχωμάτων. Σχηματίζεται έτσι ένα λεπτό στρώμα στις επιφάνειες το οποίο αυξάνει την αντίσταση στη μεταφορά θερμότητας μεταξύ των ρευστών. Η επίδραση του στρώματος αυτού στον συνολικό συντελεστή θερμοπερατότητας λαμβάνεται υπ' όψη με μια πρόσθετη θερμική αντίσταση, που ονομάζεται συντελεστής ρύπανσης R_f''.

Η τιμή του συντελεστή αυτού εξαρτάται από τη θερμοκρασία λειτουργίας, την ταχύτητα του ρευστού και το μήκος του εναλλάκτη. Ενδεικτικές τιμές του αναφέρονται στον Πίνακα 4.1.

Έτσι ο συντελεστής θερμοπερατότητας απλού στοιχείου εναλλάκτη, λαμβάνοντας υπ’ όψη το συντελεστή ρύπανσης, δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{1}{kA} = \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{R''_{f,1}}{A_1} + R_w + \frac{R''_{f,2}}{A_2} + \frac{1}{h_2 A_2} \tag{4.5}$$

Η αντίσταση R_w είναι η αντίσταση αγωγής του τοιχώματος το οποίο μπορεί να είναι απλό ή σύνθετο οποιασδήποτε γεωμετρίας.. Ανάλογα με τη γεωμετρία του τοιχώματος υπολογίζεται από την κατάλληλη εξίσωση. Για απλό επίπεδο τοίχωμα π.χ. από την (2.38) και για απλό κυλινδρικό από την (2.57).

Όπως είναι φανερό από την εξίσωση (4.4) ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας εναλλάκτη θερμότητας υπολογίζεται όταν είναι γνωστοί οι συντελεστές συναγωγής του θερμού και του ψυχρού ρευστού, οι συντελεστές ρύπανσης και η γεωμετρία του εναλλάκτη. Τυπικές τιμές του δίνονται στον Πίνακα 4.2.

Πίνακας 4.1. Τυπικές τιμές του συντελεστή ρύπανσης

Ρευστό	$R''_f \, (m^2 \cdot {}^\circ C / W)$
Νερό θαλασσών και νερό τροφοδοσίας λέβητα (κάτω από 40°C)	0,0001
Νερό θαλασσών και νερό τροφοδοσίας λέβητα (πάνω από 40°C)	0,0002
Νερό ποταμών (κάτω από 40°C)	0,0002-0,001
Πετρέλαιο	0,0009
Ψυκτικά υγρά	0,0002
Ατμός	0,0001

Πίνακας 4.2: Τυπικές τιμές του συνολικού συντελεστή θερμοπερατότητας.

Συνδυασμός ρευστών	k $[\mathrm{W/m^2 \cdot {}^{\circ}C}]$
Νερό - νερό	840 - 1700
Νερό - έλαιο	110 - 340
Συμπυκνωτής ατμού (νερό στους σωλήνες)	1000 - 6000
Συμπυκνωτής αμμωνίας (νερό στους σωλήνες)	800 - 1400
Συμπυκνωτής αλκοόλης (νερό στους σωλήνες)	240 - 700
Εναλλάκτης πτερυγιοφόρων σωλήνων (νερό στους σωλήνες, αέρας εγκάρσια)	24 - 40

4.3 Ανάλυση εναλλακτών θερμότητας - Υπολογισμός μέσης θερμοκρασιακής διαφοράς

Τα βασικά προβλήματα στους εναλλάκτες θερμότητας είναι είτε ο υπολογισμός της απαραίτητης επιφάνειας συναλλαγής θερμότητας έτσι ώστε να έχουμε επιθυμητές θερμοκρασίες εξόδου των ρευστών (*σχεδιασμός εναλλάκτη*) είτε ο υπολογισμός της θερμορροής και των θερμοκρασιών εξόδου των ρευστών σε δοσμένο εναλλάκτη με καθορισμένες ροές μάζας και θερμοκρασίες εισόδου των ρευστών (*λειτουργία εναλλάκτη*).

Όπως είδαμε, η συνολική θερμορροή από το θερμό στο ψυχρό ρευστό σε εναλλάκτη υπολογίζεται από την εξίσωση (4.1):

$$\dot{Q} = kA\Delta T_m$$

Εφαρμογή της εξίσωσης αυτής προϋποθέτει ότι ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας του εναλλάκτη είναι σταθερός. Ο συντελεστής αυτός, σε μεγάλους εναλλάκτες, ιδιαίτερα σε διατάξεις τύπου σωλήνων - κελύφους και σε μεγάλους συμπυκνωτές μεταβάλλεται με τη θέση μέσα στον εναλλάκτη και/ή με την τοπική θερμοκρασία. Σε άλλους τύπους εναλλακτών είναι πρακτικά σταθερός. Αν λοιπόν ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας του εναλλάκτη θεωρηθεί σταθερός, η συνολική θερμορροή υπολογίζεται από την εξίσωση (4.1), στην οποία ΔT_m είναι η κατάλληλη μέση θερμοκρασιακή διαφορά.

Ανεξάρτητα πάντως από τη διάταξη της ροής των ρευστών και τον τύπο του εναλλάκτη, η συνολική θερμορροή μεταξύ θερμού και ψυχρού ρευστού δίνεται από την εξίσωση:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{p,1}\left(T_{1,i} - T_{1,o}\right) = \dot{m}_2 c_{p,2}\left(T_{2,o} - T_{2,i}\right) \tag{4.6}$$

Ο δείκτης ‘1’ αναφέρεται στο θερμό ρευστό και ο δείκτης ‘2’ στο ψυχρό. Ο δείκτης ‘i’ αναφέρεται στην είσοδο και ο δείκτης ‘o’ στην έξοδο του εναλλάκτη. Η σύμβαση αυτή ακολουθείται και στη συνέχεια του κεφαλαίου αυτού. Έτσι $T_{1,i}$ είναι η θερμοκρασία εισόδου του θερμού ρευστού στον εναλλάκτη και $T_{2,o}$ η θερμοκρασία εξόδου του ψυχρού ρευστού από τον εναλλάκτη. (Ακριβέστερα οι θερμοκρασίες της εξίσωσης (4.6) είναι οι μέσες θερμοκρασίες των δύο ρευστών στην είσοδο και την έξοδο του εναλλάκτη).

Η εξίσωση (4.6) προκύπτει από το ενεργειακό ισοζύγιο μεταξύ των δύο ρευστών και με τις παραδοχές ότι οι απώλειες θερμότητας του εναλλάκτη στο περιβάλλον είναι αμελητέες όπως επίσης είναι αμελητέες και οι μεταβολές της κινητικής και δυναμικής ενέργειας των ρευστών κατά τη διαδρομή τους μέσα στον εναλλάκτη.

Στην περίπτωση της ειδικής κατηγορίας εναλλακτών – *συμπυκνωτών ή λεβήτων* – όπου το ένα από τα δύο ρευστά υφίσταται αλλαγή φάσης (συμπύκνωση ή εξάτμιση) η συνολική θερμορροή θα είναι:

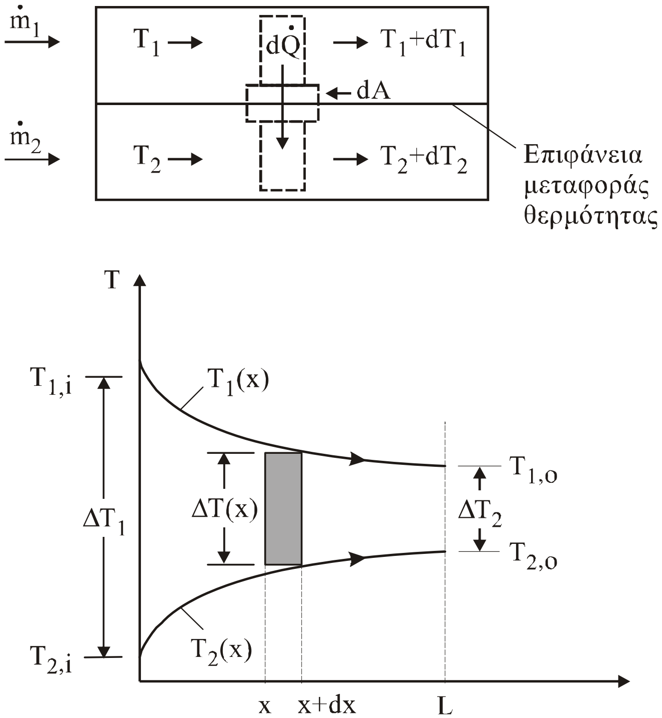
$$\dot{Q} = \dot{m} h_{fg} \tag{4.7}$$

όπου h_{fg} η ενθαλπία εξάτμισης του ρευστού που υφίσταται αλλαγή φάσης.

Οι εξισώσεις (4.1) - (4.7) χρησιμοποιούνται για την ανάλυση των εναλλακτών. (υπολογισμός επιφανείας συναλλαγής θερμότητας, θερμοκρασιών εξόδου κ.λ.π). Για να γίνει όμως αυτό δυνατό πρέπει να καθορισθεί η κατάλληλη μορφή της μέσης θερμοκρασιακής διαφοράς ΔT_m, πράγμα που ακολουθεί για διάφορους τύπους εναλλακτών.

4.3.1 Εναλλάκτες ομορροής

Τυπικός εναλλάκτης ομορροής φαίνεται στο Σχ. 4.1α. Οι κατανομές των θερμοκρασιών $T_1(x)$ και $T_2(x)$ των δύο ρευμάτων για εναλλάκτη ομορροής απεικονίζονται στο Σχ. 4.6.



Σχήμα 4.6. Θερμοκρασιακές κατανομές σε εναλλάκτη ομορροής.

Όπως φαίνεται στο Σχ. 4.6 η θερμοκρασιακή διαφορά $\Delta T(x) = T_1(x) - T_2(x)$ των θερμοκρασιών θερμού και ψυχρού ρευστού είναι συνάρτηση της θέσης x, μειώνεται δε καθώς αυξάνεται το x. Είναι επίσης φανερό από το σχήμα, ότι σε ένα εναλλάκτη ομορροής, η θερμοκρασία εξόδου του ψυχρού ρευστού δεν μπορεί ποτέ να ξεπεράσει την θερμοκρασία εξόδου του θερμού ρευστού.

Ο καθορισμός της κατάλληλης έκφρασης για την μέση θερμοκρασιακή διαφορά ΔT_m γίνεται μέσω της εφαρμογής ενεργειακών ισοζυγίων σε στοιχειώδεις μάζες του ρευστού (Σχ. 4.6).

Έστω a η ανά μονάδα μήκους επιφάνεια συναλλαγής, c_{p1}, c_{p2} οι ειδικές θερμότητες και $\dot{m}_1, \dot{m}_2$ οι παροχές μάζας των ρευστών 1 (θερμού) και 2 (ψυχρού) αντίστοιχα. Οι θερμοκρασίες των δύο ρευστών είναι συναρτήσεις της θέσης x, είναι δηλαδή $T_1=T_1(x)$ και $T_2=T_2(x)$. Το ενεργειακό ισοζύγιο στον όγκο ελέγχου μεταξύ των θέσεων x και x+dx για το ρευστό 1 είναι:

$$\dot{m}_1 c_{p1} T_1 = \dot{m}_1 c_{p1}\left(T_1 + \frac{dT_1}{dx}dx\right) + k\left(T_1 - T_2\right)adx \tag{4.8}$$

Το ισοζύγιο στον αντίστοιχο όγκο ελέγχου του ρευστού 2 θα είναι:

$$\dot{m}_2 c_{p2} T_2 + k\left(T_1 - T_2\right)adx = \dot{m}_2 c_{p2}\left(T_2 + \frac{dT_2}{dx}dx\right) \tag{4.9}$$

Για τα ισοζύγια αυτά υποθέσαμε ότι δεν υπάρχουν απώλειες από τον εναλλάκτη στο περιβάλλον, ότι οι μεταβολές στην κινητική και δυναμική ενέργεια των ρευστών κατά μήκος του εναλλάκτη είναι αμελητέες και ότι οι ειδικές θερμότητες c_{p1} και c_{p2} των ρευστών και ο συνολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας k του εναλλάκτη είναι σταθερά.

Από τις εξισώσεις (4.8) και (4.9) προκύπτει:

$$\frac{dT_1}{dx} = -\frac{ka}{\dot{m}_1 c_{p1}}\left(T_1 - T_2\right) = -\frac{ka}{\dot{m}_1 c_{p1}}\Delta T \tag{4.10}$$

και

$$\frac{dT_2}{dx} = \frac{ka}{\dot{m}_2 c_{p2}}\left(T_1 - T_2\right) = \frac{ka}{\dot{m}_2 c_{p2}}\Delta T \tag{4.11}$$

Η θερμοκρασιακή διαφορά ΔT είναι η *τοπική* θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ θερμού και ψυχρού ρευστού:

$$\Delta T = \Delta T(x) = T_1(x) - T_2(x) \tag{4.12}$$

Αφαιρώντας την (4.11) από την (4.10) προκύπτει:

$$\frac{d\Delta T}{dx} = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p2}}\right)ka\Delta T = -B_o ka\Delta T \tag{4.13}$$

όπου:

$$B_o \equiv \frac{1}{\dot{m}_1 c_{p1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p2}} \tag{4.14}$$

Αν ολοκληρώσουμε την (4.13) από τη θέση x=0 μέχρι τη θέση x, θα έχουμε:

$$\int_{\Delta T_1}^{\Delta T} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = -B_o ka \int_o^x dx$$

από όπου:

$$\ell n\left(\frac{\Delta T}{\Delta T_1}\right) = -B_o kax \tag{4.15α}$$

ή

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_1} = e^{-B_o kax} \tag{4.15β}$$

Αν η ολοκλήρωση γίνει σε ολόκληρο το μήκος L του εναλλάκτη, τότε:

$$\ell n\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) = -B_o kA \tag{4.16α}$$

ή

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-B_o kA} \tag{4.16β}$$

όπου:

$$A = aL \tag{4.17}$$

η συνολική επιφάνεια συναλλαγής θερμότητας.

Το θερμό ρευστό, καθώς διέρχεται μέσα από τον εναλλάκτη χάνει ένα ποσό θερμότητας $\dot{Q}$ ίσο με:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{p1} \left(T_{1,i} - T_{1,o} \right) \tag{4.18}$$

Το ποσό αυτό, λαμβάνοντας υπ' όψη τις παραδοχές που έγιναν για τα ενεργειακά ισοζύγια (4.8) και (4.9), το κερδίζει το ψυχρό ρευστό. Θα είναι επομένως:

$$\dot{Q} = \dot{m}_2 c_{p2} \left(T_{2,o} - T_{2,i} \right) \tag{4.19}$$

Από τις (4.17) και (4.18) προκύπτει:

$$\dot{m}_1 c_{p1} = \frac{\dot{Q}}{T_{1,i} - T_{1,o}} \tag{4.20}$$

$$\dot{m}_2 c_{p2} = \frac{\dot{Q}}{T_{2,o} - T_{2,i}} \tag{4.21}$$

Η εξίσωση τώρα (4.15α) με βάση τις (4.20) και (4.21) γράφεται:

$$\begin{aligned} \ell n \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) &= -B_o kA = -\left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p2}} \right) kA = \\ &= -kA \left(\frac{T_{1,i} - T_{1,o}}{\dot{Q}} + \frac{T_{2,o} - T_{2,i}}{\dot{Q}} \right) = -\frac{kA}{\dot{Q}} \left[\left(T_{1,i} - T_{2,i} \right) - \left(T_{1,o} - T_{2,o} \right) \right] = \\ &= -\frac{kA}{\dot{Q}} \left(\Delta T_1 - \Delta T_2 \right) \end{aligned} \tag{4.22}$$

Η συνολική θερμορροή επομένως, από το θερμό προς το ψυχρό ρευστό θα είναι

$$\dot{Q} = kA \left(\frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ell n \dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \right) \tag{4.23}$$

Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε:

$$\dot{Q} = kA\Delta T_{\ell m} \qquad (4.24)$$

όπου

$$\Delta T_{\ell m} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ell n \dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ell n \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \qquad (4.25)$$

Αν συγκρίνουμε την εξίσωση αυτή με την εξίσωση (4.1) προκύπτει ότι η μέση θερμοκρασιακή διαφορά για εναλλάκτη είναι η *μέση λογαριθμική διαφορά θερμοκρασιών* $\Delta T_{\ell m}$.

Να αναφέρουμε και πάλι εδώ, ότι για εναλλάκτη ομορροής είναι:

$$\begin{aligned} \Delta T_1 &\equiv T_{1,i} - T_{2,i} \\ \Delta T_2 &\equiv T_{1,o} - T_{2,o} \end{aligned} \qquad (4.26)$$

4.3.2 Εναλλάκτης αντιρροής

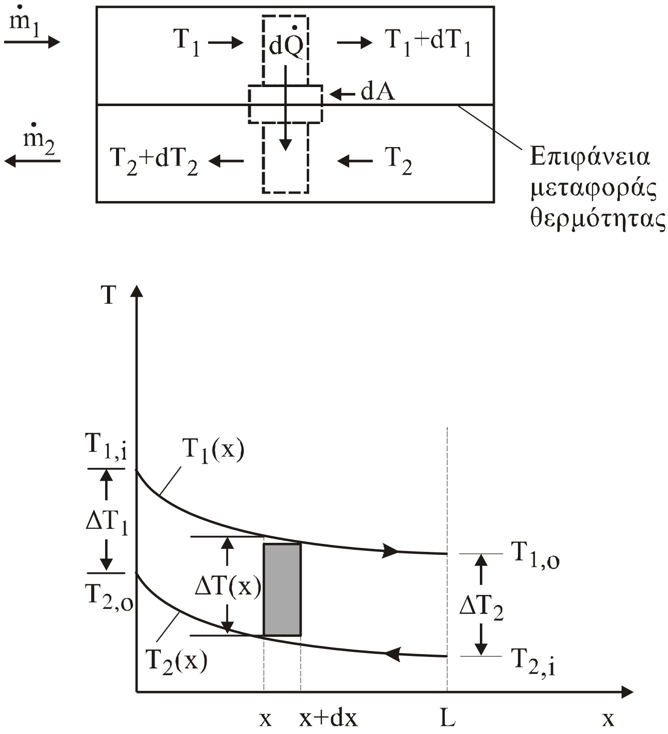
Τυπικός εναλλάκτης αντιρροής φαίνεται στο Σχ. 4.1β. Οι κατανομές των θερμοκρασιών $T_1(x)$ και $T_2(x)$ των δύο ρευμάτων για εναλλάκτη αντιρροής απεικονίζονται στο Σχ. 4. 7.

Ανάλυση παρόμοια με αυτή του κεφαλαίου 4.3.1 δείχνει ότι οι εξισώσεις (4.23) και (4.24) ισχύουν και για τον εναλλάκτη αντιρροής. Θα έχουμε λοιπόν:

$$\dot{Q} = kA\Delta T_{\ell m} \qquad (4.27)$$

και

$$\Delta T_{\ell m} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ell n \dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ell n \dfrac{\Delta T_2}{\Delta T_1}} \qquad (4.28)$$



Σχήμα 4.7. Θερμοκρασιακές κατανομές σε εναλλάκτη αντιρροής.

Οι θερμοκρασιακές διαφορές ΔT_1 και ΔT_2 στα άκρα του εναλλάκτη, για εναλλάκτη αντιρροής δίνονται από τις σχέσεις:

$$\Delta T_1 \equiv T_{1,i} - T_{2,0}$$
$$\Delta T_2 \equiv T_{1,o} - T_{2,i} \qquad (4.29)$$

Ο λόγος των θερμοκρασιών αυτών διαφορών, δίνεται επίσης από σχέση παρόμοια με την (4.15β) που ισχύει για εναλλάκτη ομορροής:

$$\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = e^{-B_o kA} \qquad (4.30)$$

όπου τώρα:

$$B_o \equiv \frac{1}{\dot{m}_1 c_{p1}} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p2}} \tag{4.31}$$

Όπως προκύπτει από τις εξισώσεις (4.24), (4.24) και (4.27), (4.28) για ίδιες θερμοκρασίες εισόδου και εξόδου η μέση λογαριθμική διαφορά σε εναλλάκτη αντιρροής είναι μεγαλύτερη από ότι σε εναλλάκτη ομορροής. Αυτό σημαίνει ότι για ίδια θερμορροή, η απαραίτητη επιφάνεια συναλλαγής είναι μικρότερη στον εναλλάκτη αντιρροής απ' ότι στον ομορροής (υποθέτοντας φυσικά, ίδια τιμή συντελεστή θερμοπερατότητας k). Να σημειωθεί επίσης ότι σε ένα εναλλάκτη αντιρροής η θερμοκρασία εξόδου του ψυχρού ρευστού μπορεί να ξεπεράσει τη θερμοκρασία εξόδου του θερμού ρευστού.

Παράδειγμα 4.1

Εναλλάκτης αντιρροής που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλινδρικούς σωλήνες, χρησιμοποιείται για την ψύξη λαδιού. Στον εσωτερικό σωλήνα διαμέτρου d_2=30 mm ρέει το ψυκτικό υγρό (νερό) με παροχή $\dot{m}_2 = 0{,}1$ kg/sec, ενώ στον εξωτερικό διαμέτρου d_1=40 mm το λάδι με παροχή $\dot{m}_1 = 0{,}2$ kg/sec. Οι θερμοκρασίες εισόδου του λαδιού και του νερού είναι 100 ^{o}C και 20 ^{o}C αντίστοιχα. Ζητείται το μήκος του εναλλάκτη έτσι ώστε η θερμοκρασία εξόδου του λαδιού να είναι 50 ^{o}C.

Δίνονται: για το λάδι c_p = 2.131 J/kg·^{o}C, h_1 = 40 W/m^2·^{o}C

για το νερό c_p = 4.178 J/kg, μ = 724x10^{-6} $\mathrm{N \cdot s / m^2}$

λ= 0,624 $\mathrm{W / m \cdot °C}$, Pr = 4,84

Η θερμική αντίσταση των τοιχωμάτων και οι απώλειες θερμότητας στο περιβάλλον θεωρούνται αμελητέες.

Λύση: Η θερμορροή μεταξύ λαδιού και νερού υπολογίζεται από το ενεργειακό ισοζύγιο στο λάδι (εξ. 4.6).

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{p1} (T_{1,i} - T_{1,o}) =$$

$$=(0{,}2 \text{ kg/s}) \times (2.131 \text{ J/kg} \cdot °\text{C}) \times (100-50)\ ^o\text{C} = 21.310 \text{ W}$$

Η θερμοκρασία εξόδου του νερού θα είναι: (εξ. 4.6).

$$T_{2,0} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_2 c_{p2}} + T_{2,i} = \frac{21.310\,W}{(0{,}1kg/s)\times(4178\,J/kg)} + 20^oC = 71\ ^oC$$

Το απαιτούμενο μήκος του εναλλάκτη μπορεί να υπολογισθεί από την εξίσωση 4.26

$$\dot{Q} = kA\Delta T_{\ell m}$$

όπου $A = \pi\, d_2\, L$

Η μέση λογαριθμική διαφορά $\Delta T_{\ell m}$ υπολογίζεται από τις εξισώσεις 4.27 και 4.28. Είναι:

$$\Delta T_{\ell m} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ell n \dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{\left(T_{1,i} - T_{2,o}\right) - \left(T_{1,o} - T_{2,i}\right)}{\ell n \dfrac{T_{1,i} - T_{2,o}}{T_{1,o} - T_{2,i}}} =$$

$$= \frac{\left(100-71\right)\ ^oC - (50-20)\ ^oC}{\ell n \dfrac{(100-71)\ ^oC}{(50-20)\ ^oC}} = \frac{29\ ^oC - 30\ ^oC}{\ell n \dfrac{29\ ^oC}{30\ ^oC}} = 29{,}5\ ^oC$$

Ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας του εναλλάκτη δίνεται από την εξίσωση 4.4, η οποία για αμελητέα θερμική αντίσταση του διαχωριστικού τοιχώματος και καθαρές επιφάνειες γράφεται:

$$k = \frac{1}{1/h_1 + 1/h_2}$$

Για τον υπολογισμό του k επομένως απαιτείται ο υπολογισμός του συντελεστή συναγωγής h_2 του νερού.

Για το νερό (που ρέει στον εσωτερικό σωλήνα), ο αριθμός Re είναι:

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_2}{\pi d_2 \mu} = \frac{4\times 0{,}1\ kg/s}{\pi\times(30\times10^{-3}m)\times 724\times10^{-6}\ N\cdot s/m^2} = 5.862$$

Η ροή συνεπώς είναι τυρβώδης και ο συντελεστής συναγωγής μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση (3.80):

$$Nu_D = 0{,}023 Re_D^{0,8} Pr^{0,4}$$

$$Nu_D = 0{,}023 \times (5.862)^{0,8} \times (4{,}84)^{0,4} = 44{,}68$$

Άρα:

$$h_2 = Nu_D \frac{\lambda_2}{d_2} = \frac{44{,}68 \times 0{,}624 \text{ W / m} \cdot {}^{o}\text{C}}{30 \times 10^{-3} \text{m}} \cong 930 \text{ W / m}^2 \cdot {}^{\circ}\text{C}$$

Ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας του εναλλάκτη θα είναι λοιπόν:

$$k = \frac{1}{1/h_1 + 1/h_2} = \frac{1}{\left(1/(40 \text{ W / m}^2 \cdot {}^{\circ}\text{C})\right) + \left(1/(930 \text{ W / m}^2 \cdot {}^{\circ}\text{C})\right)} =$$

$$= 38{,}35 \text{ W / m}^2 \cdot {}^{\circ}\text{C}$$

Το μήκος του εναλλάκτη είναι:

$$L = \frac{\dot{Q}}{k\pi d_2 \Delta T_{\ell m}} = \frac{21.310\text{W}}{(38{,}35 \text{ W / m}^2 \cdot {}^{\circ}\text{C}) \times \pi \times \left(30 \times 10^{-3} \text{m}\right) \times \left(29{,}5\ {}^{o}\text{C}\right)} \cong 200 \text{ m}$$

4.3.3 Εναλλάκτες πολλαπλών και διασταυρουμένων ρευμάτων.

Στις περιπτώσεις αυτές των πιο σύνθετων συνθηκών ροής, χρησιμοποιούνται και πάλι οι εξισώσεις (4.6), (4.27) και (4.28) με μόνη διαφορά την τροποποίηση της μέσης λογαριθμικής διαφοράς:

$$\Delta T_{\ell m} = F \cdot \Delta T_{\ell m,a} \tag{4.32}$$

Δηλαδή η μέση λογαριθμική διαφορά $\Delta T_{\ell m}$ προκύπτει από το γινόμενο ενός *συντελεστή διόρθωσης* F με τη μέση λογαριθμική διαφορά $\Delta T_{\ell m,a}$

που θα είχαμε αν ο εναλλάκτης ήταν αντιρροής και είχαμε τις ίδιες θερμοκρασίες για το θερμό και ψυχρό ρευστό. Έτσι οι θερμοκρασιακές διαφορές ΔT_1 και ΔT_2 προκύπτουν από τις εξισώσεις (4.28).

Ο συντελεστής διόρθωσης F για διάφορες διατάξεις των εναλλακτών προκύπτει από αντίστοιχα διαγράμματα. Τέτοια διαγράμματα για συνήθεις διατάξεις εναλλακτών απεικονίζονται στα Σχ. 4.8, 4.9, 4.10 και 4.11. Στα διαγράμματα αυτά, όσον αφορά τις θερμοκρασίες των ρευστών, χρησιμοποιούνται τα σύμβολα T και t, με το σύμβολο t, να αντιστοιχεί πάντα στο ρευστό που ρέει στις σωληνώσεις του εναλλάκτη, ανεξάρτητα αν αυτό είναι το ψυχρό ή το θερμό ρευστό.

Ο συντελεστής διόρθωσης F κυμαίνεται μεταξύ ένα και μηδέν, ανάλογα με τις συνθήκες. Όπως φαίνεται από τα διαγράμματα είναι συνάρτηση των αδιάστατων παραμέτρων:

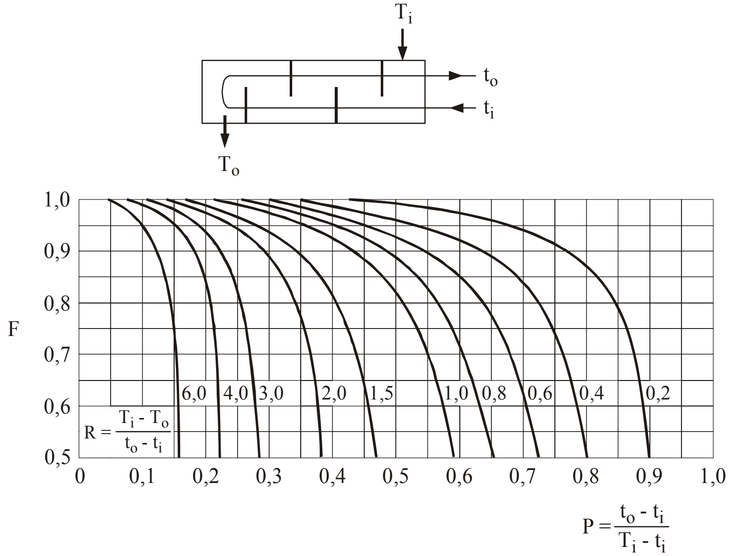
$$P = \frac{t_0 - t_i}{T_i - t_i} \tag{4.33}$$

$$R = \frac{T_i - T_0}{t_0 - t_i} = \frac{\dot{w}_t}{\dot{w}_T} \tag{4.34}$$

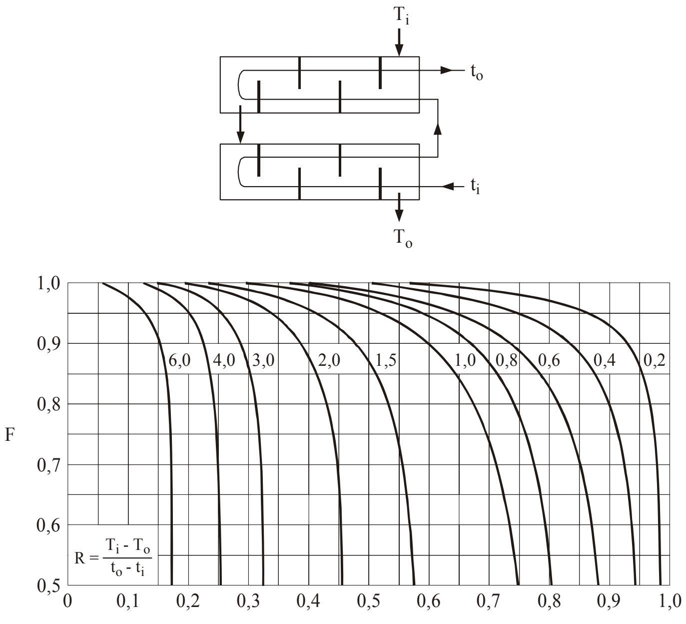
όπου $\dot{w}_t = \dot{m}_t \cdot c_{p_t}$ και $\dot{w}_T = \dot{m}_T c_{p_T}$ οι θερμοχωρητικές παροχές των ρευστών που ρέουν στις σωληνώσεις και το κέλυφος του εναλλάκτη αντίστοιχα. Η φυσική τους σημασία είναι η παρακάτω:

- η παράμετρος P δείχνει τη σχετική επίδραση της "συνολικής" θερμοκρασιακής διαφοράς (T_i - t_i) στη θερμοκρασία του ρευστού που ρέει στις σωληνώσεις. Προφανώς πρέπει $P<1$.
- η παράμετρος R είναι ανάλογος του λόγου των ειδικών θερμοχωρητικών παροχών $\dot{w}_t / \dot{w}_T$.

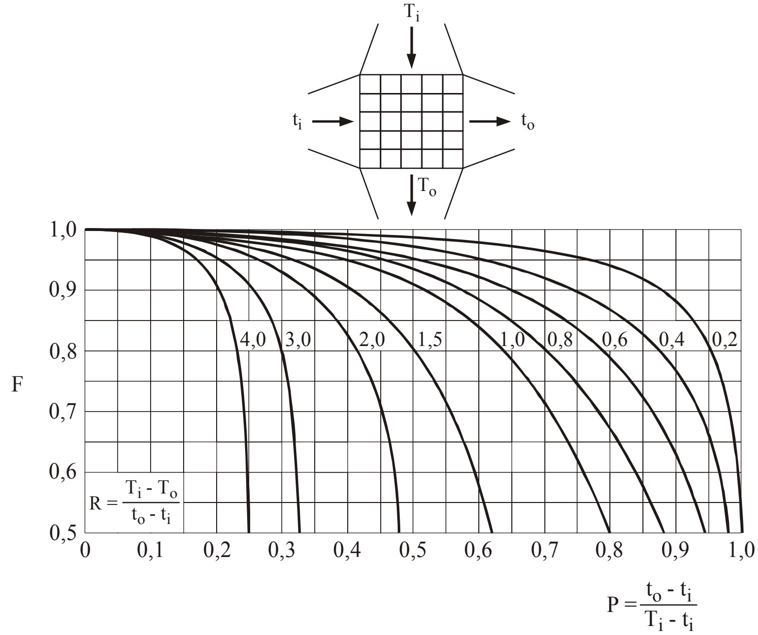
Όπως προκύπτει από τα Σχ. 4.8 ως 4.11, αν η θερμοκρασία του ενός ρευστού μεταβάλλεται ελάχιστα, τότε η μία από τις δύο παραμέτρους P και R θα είναι σχεδόν μηδέν, ο δε συντελεστής διόρθωσης F γίνεται 1. Στην περίπτωση αυτή η διάταξη του εναλλάκτη δεν παίζει κανένα ρόλο. Αυτό συμβαίνει στις περιπτώσεις εκείνες στις οποίες το ένα ρευστό αλλάζει φάση (εξάτμιση ή συμπύκνωση).



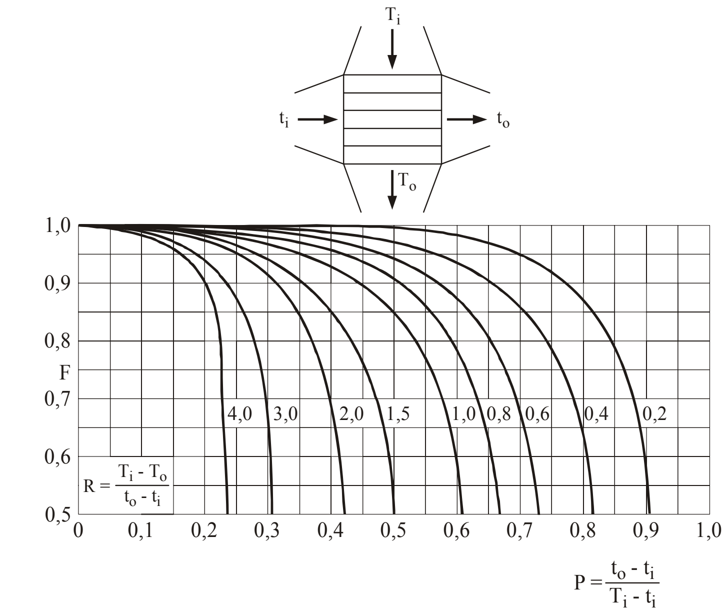
Σχήμα 4. 8. Συντελεστής διόρθωσης για εναλλάκτη δέσμης σωλήνων - κελύφους μιας εξωτερικής και πολλαπλάσιες των δύο (2,4,κλπ) εσωτερικών διαδρομών



Σχήμα 4. 9. Συντελεστής διόρθωσης για εναλλάκτη δέσμης σωλήνων - κελύφους δύο εξωτερικών και πολλαπλάσιες των τεσσάρων (4,8,κλπ) εσωτερικών διαδρομών



Σχήμα 4. 10. Συντελεστής διόρθωσης για εναλλάκτη σταυρωτής ροής με αμφότερες τις ροές μη μιγνυόμενες



Σχήμα 4. 11. Συντελεστής διόρθωσης για εναλλάκτη σταυρωτής ροής με τη μια ροή μιγνυόμενη και την άλλη μη μιγνυόμενη.

Τέλος στην περίπτωση εναλλάκτη διασταυρουμένων ρευμάτων με περισσότερες της μιας διασταυρώσεις η μέση λογαριθμική διαφορά δίνεται από την εξίσωση:

$$\Delta T_{\ell m} = \sqrt[n]{F_{n=1}} \cdot \Delta T_{\ell m,a} \tag{4.35}$$

όπου n ο αριθμός των διασταυρώσεων.

Παράδειγμα 4.2

Εναλλάκτης δέσμης σωλήνων - κελύφους μιας εξωτερικής- τεσσάρων εσωτερικών διαδρομών, χρησιμοποιείται για τη θέρμανση 10.000 kg/h νερού από 16 ^oC στους 84 ^oC. Για τη θέρμανση του νερού χρησιμοποιείται λάδι το οποίο μπαίνει στον εναλλάκτη με θερμοκρασία 160 ^oC και βγαίνει με 94 ^oC. Ο μέσος συντελεστής μεταφοράς θερμότητας του λαδιού, στο εξωτερικό των σωλήνων, είναι 400 $W/m^2 \cdot °C$. Το νερό ρέει στον εναλλάκτη δια μέσου 11 ορειχάλκινων σωλήνων εσωτερικής διαμέτρου d_i = 22,9 mm και εξωτερικής d_o = 25,4 mm. Ζητείται το μήκος των σωλήνων ανά διαδρομή.

Λύση: Οι ιδιότητες των υλικών λαμβάνονται από τους πίνακες.
Για το νερό (μέση θερμοκρασία $\overline{T} = 50^o C$):
c_p=4181 J/kg.^oC, μ= 547x10^{-6} N.s/m^2, λ= 0,643 W/m. ^oC, Pr=3,55
Για τον ορείχαλκο: λ= 110 W/m. ^oC

Η συνολική θερμορροή στον εναλλάκτη προκύπτει από το ενεργειακό ισοζύγιο, (εξ.4.6), του νερού:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p\left(T_o - T_i\right) = \frac{10.000\,kg}{3600\,s} \times 4.181\ J/kg \cdot °C \times \left(84 - 16\right)^o C = 789.745\ W$$

Το απαιτούμενο μήκος των σωλήνων υπολογίζεται από τον συνδυασμό των εξισώσεων (4.4) και (4.31) ο οποίος δίνει:

$$\dot{Q} = kAF\Delta T_{\ell m,\alpha}$$

όπου A η συνολική επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας στον εναλλάκτη.

Ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας k του εναλλάκτη υπολογίζεται από τη σχέση (4.4), η οποία θεωρώντας τις επιφάνειες των σωλήνων καθαρές γράφεται:

$$k = \frac{1}{1/h_1 + R_w A + 1/h_2}$$

όπου A η ανά σωλήνα επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας.

Ο συντελεστής συναγωγής του λαδιού (εξωτερική πλευρά των σωλήνων) είναι h_1=400 W/m^2.^{o}C. Για τον υπολογισμό του συντελεστή συναγωγής του νερού (εσωτερική πλευρά των σωλήνων) απαιτείται πρώτα ο υπολογισμός του αριθμού Re_D. Η παροχή μάζας του νερού ανά σωλήνα είναι:

$$\dot{m}_2 = \frac{\dot{m}_{o\lambda}}{N} = \frac{10.000 kg/h}{11} = 909{,}1\ kg/h = 0{,}25\ kg/s$$

οπότε:

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_2}{\pi d_i \mu} = \frac{4 \times 0{,}25\ kg/s}{\pi x\left(22{,}9 \times 10^{-3} m\right) \times 547 \times 10^{-6}\ kg/s \cdot m} = 25.411$$

Η ροή του νερού επομένως είναι τυρβώδης, οπότε από την εξ. (3.80) για τυρβώδη ροή στο εσωτερικό κυλινδρικού σωλήνα θα έχουμε:

$$Nu_D = 0{,}023 \times Re^{0,8} \times P_r^{0,4} = 0{,}023x(25.411)^{0,8} x(3{,}55)^{0,4} = 127{,}6$$

Άρα:

$$h_2 = \frac{\lambda}{d_i} Nu_D = \frac{0{,}643\ W/m \cdot {}^\circ C}{22{,}9 \times 10^{-3} m} \times 127{,}6 = 3.583\ W/m^2 \cdot {}^\circ C$$

Απομένει, για τον υπολογισμό του συνολικού συντελεστή θερμοπερατότητας k ο υπολογισμός του όρου R_wA. Λαμβάνοντας υπ΄ όψη την (2.47) έχουμε :

$$R_w A = \frac{\ln(r_o / r_i)}{2\pi\lambda L} \times 2\pi r_i L = \frac{r_i}{\lambda} \ln \frac{r_o}{r_i}$$

οπότε:

$$R_w A_i = \frac{r_i}{\lambda}\ell n\frac{r_o}{r_i} = \frac{11,45\times10^{-3}\ m}{110\ W/m\cdot°C}\times \ell n\left(\frac{12,7}{11,45}\right) = 0,01\times10^{-3}\ m^2\cdot°C/W$$

Ο συνολικός συντελεστής θερμοπερατότητας k του εναλλάκτη είναι:

$$k = \frac{1}{1/h_1 + R_w A + 1/h} =$$

$$= \frac{1}{(1/400\ W/m^2\cdot°C) + (0,01\times10^{-3}\ m^2.°C/W) + (1/3.583\ W/m^2\cdot°C)} =$$

$$= 358,5\ W/m^2\cdot°C$$

Ο συντελεστής διόρθωσης F προκύπτει από το σχήμα 4.8. Οι παράμετροι P και R είναι:

$$P = \frac{t_o - t_i}{T_i - t_i} = \frac{84-16}{160-16} = 0.47$$

$$R = \frac{T_i - T_o}{t_o - t_i} = \frac{160-94}{84-16} = 0,97$$

οπότε: $F \cong 0,86$

Η μέση λογαριθμική διαφορά $\Delta T_{\ell m,\alpha}$ υπολογίζεται από τις εξισώσεις (4.27) και (4.28):

$$\Delta T_{\ell m,\alpha} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ell n\dfrac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} = \frac{\left(T_{1,i} - T_{2,o}\right) - \left(T_{1,o} - T_{2,i}\right)}{\ell n\dfrac{T_{1,i} - T_{2,o}}{T_{1,o} - T_{2,i}}} =$$

$$= \frac{\left(160-84\right)^{o}C - (94-16)^{o}C}{\ell n\dfrac{(160-84)^{o}C}{(94-16)^{o}C}} = \frac{(76-78)^{o}C}{\ell n\dfrac{76^{o}C}{78^{o}C}} = 77\ ^{o}C$$

Η συνολική επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας είναι A = $N\pi d_i L$ όπου N=11 ο αριθμός των σωλήνων. Άρα:

$$L = \frac{\dot{Q}}{kN\pi d_i F \Delta T_{\ell m,\alpha}} =$$

$$= \frac{789.745\ \mathrm{W}}{\left(358{,}5\ \mathrm{W/m^2 \cdot {}^\circ C}\right)\times 11\pi \times \left(22{,}9\mathrm{x}10^{-3}\ \mathrm{m}\right)\times 0{,}86 \times 77\ {}^\circ\mathrm{C}} =$$

$$\cong 42\ \mathrm{m}$$

Επειδή κάθε σωλήνας κάνει 4 διαδρομές στον εναλλάκτη, το μήκος του σωλήνα ανά διαδρομή (και άρα περίπου το μήκος του κελύφους) θα είναι:

$$\frac{42}{4} = 10{,}5\ \mathrm{m}$$

4.4 Αποτελεσματικότητα εναλλακτών - Μέθοδος των μονάδων μεταφοράς.

Η μέθοδος της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν είναι γνωστές οι θερμοκρασίες εισόδου των ρευστών στον εναλλάκτη, οι δε θερμοκρασίες εξόδου μπορούν να καθορισθούν από τα ενεργειακά ισοζύγια. Αν όμως είναι γνωστές μόνο οι θερμοκρασίες εισόδου, όπως συνήθως συμβαίνει όταν δεν έχει ακόμη ολοκληρωθεί ο σχεδιασμός της συσκευής, τότε η χρήση της μεθόδου της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας απαιτεί επαναληπτική διαδικασία. Τέτοια προβλήματα απλοποιούνται σημαντικά με την βοήθεια της μεθόδου *αποτελεσματικότητας - μονάδων μεταφοράς*.

Με τον όρο *αποτελεσματικότητα (ή βαθμό απόδοσης) εναλλάκτη θερμότητας ορίζουμε το λόγο της πραγματικής θερμορροής στον εναλλάκτη προς την μέγιστη δυνατή θερμορροή.*

$$\varepsilon \equiv \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \tag{4.36}$$

Η μέγιστη δυνατή θερμορροή δίνεται από την εξίσωση:

$$\dot{Q}_{max} = \dot{W}_{min}(T_{1,i} - T_{2,i}) \tag{4.37}$$

όπου $\dot{W}_{min}$ η μικρότερη από τις δύο θερμοχωρητικές παροχές (θερμού ή ψυχρού ρευστού).

Η μέγιστη δυνατή θερμορροή μπορεί να επιτευχθεί σε εναλλάκτη αντιρροής απείρου μήκους. Σε ένα τέτοιο εναλλάκτη, στο ένα από τα δύο ρευστά, σ' αυτό με την μικρότερη θερμοχωρητική παροχή $\dot{W}$, θα εμφανισθεί η μέγιστη δυνατή θερμοκρασιακή διαφορά $T_{1,i} - T_{2,i}$ που μπορεί να υπάρξει σε εναλλάκτη.

Από τις εξισώσεις (4.36), (4.37) και (4.6) προκύπτει ότι:

$$\varepsilon = \frac{\dot{W}_1 (T_{1,i} - T_{1,o})}{\dot{W}_{min} (T_{1,i} - T_{2,i})} \tag{4.38α}$$

ή

$$\varepsilon = \frac{\dot{W}_2 (T_{2,o} - T_{2,i})}{\dot{W}_{min} (T_{1,i} - T_{2,i})} \tag{4.38β}$$

Η χρησιμότητα της αποτελεσματικότητας ε του εναλλάκτη (προφανώς $0 \leq \varepsilon \leq 1$) προκύπτει από το γεγονός ότι αν είναι γνωστή μαζί με τις θερμοκρασίες εισόδου των ρευστών, τότε η πραγματική θερμορροή στον εναλλάκτη προκύπτει προφανώς από την εξίσωση:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{W}_{min} (T_{1,i} - T_{2,i}) \tag{4.39}$$

Αποδεικνύεται ότι για κάθε εναλλάκτη η αποτελεσματικότητα ε είναι συνάρτηση του λόγου $\dot{W}_{min} / \dot{W}_{max}$ και του αριθμού των μονάδων μεταφοράς (ΑΜΜ ή NTU):

$$\varepsilon = f(NTU, \frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}}) \tag{4.40}$$

Ο *Αριθμός των Μονάδων Μεταφοράς (Number of Transfer Units)* είναι μια αδιάστατη παράμετρος που ορίζεται από τη σχέση:

$$NTU \equiv \frac{kA}{\dot{W}_{min}} \tag{4.41}$$

Ας δώσουμε στη συνέχεια ένα παράδειγμα εύρεσης της αποτελεσματικότητας ε σ' ένα τύπο εναλλάκτη. Ας θεωρήσουμε εναλλάκτη ομορροής στον οποίο είναι $\dot{W}_{min} = \dot{W}_1$. Από την (4.38α) προκύπτει:

$$\varepsilon = \frac{T_{1,i} - T_{1,o}}{T_{1,i} - T_{2,i}} \tag{4.42}$$

Από την εξίσωση (4.6) προκύπτει:

$$\frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}} = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} = \frac{T_{2,o} - T_{2,i}}{T_{1,i} - T_{1,o}} \tag{4.43}$$

Επίσης από τις (4.15α) και (4.14):

$$\ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = \ln\left(\frac{T_{1,o} - T_{2,o}}{T_{1,i} - T_{2,i}}\right) = -\frac{kA}{\dot{W}_{min}}\left(1 + \frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}}\right)$$

ή

$$\frac{T_{1,o} - T_{2,o}}{T_{1,i} - T_{2,i}} = \exp\left[-NTU\left(1 + \frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}}\right)\right] \tag{4.44}$$

Το αριστερό σκέλος της παραπάνω σχέσης γράφεται

$$\frac{T_{1,o} - T_{2,o}}{T_{1,i} - T_{2,i}} = \frac{T_{1,o} - T_{1,i} + T_{1,i} - T_{2,o}}{T_{1,i} - T_{2,i}}$$

και αν αντικαταστήσουμε την $T_{2,o}$ από την (4.43) προκύπτει:

$$\frac{T_{1,o} - T_{2,o}}{T_{1,i} - T_{2,i}} = \frac{(T_{1,o} - T_{1,i}) + (T_{1,i} - T_{2,i}) - (\dot{W}_{min} / \dot{W}_{max})(T_{1,i} - T_{1,o})}{T_{1,i} - T_{2,i}}$$

οπότε σύμφωνα με την (4.42):

$$\frac{T_{1,o}-T_{2,o}}{T_{1,i}-T_{2,i}}=-\varepsilon+1-(\frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}})\varepsilon=1-\varepsilon(1+\frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}})$$

Αν τώρα αντικαταστήσουμε την παραπάνω έκφραση στην (4.44) και λύσουμε ως προς ε θα έχουμε για τον *εναλλάκτη ομορροής*:

$$\varepsilon=\frac{1-\exp\left\{-NTU\left[1+(\dot{W}_{min}/\dot{W}_{max})\right]\right\}}{1+(\dot{W}_{min}/\dot{W}_{max})} \tag{4.45}$$

Επειδή στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε και αν υποθέσουμε ότι $\dot{W}_{min}=\dot{W}_2$ η (4.45) ισχύει για κάθε εναλλάκτη ομορροής ανεξάρτητα με το ποιο ρευστό (θερμό ή ψυχρό) έχει την μικρότερη θερμοχωρητική παροχή·

Η αντίστοιχη έκφραση για *εναλλάκτη αντιρροής* είναι:

$$\varepsilon=\frac{1-\exp\left\{-NTU\left[1-(\dot{W}_{min}/\dot{W}_{max})\right]\right\}}{1-(\dot{W}_{min}/\dot{W}_{max})\exp\left\{-NTU\left[1-(\dot{W}_{min}/\dot{W}_{max})\right]\right\}} \tag{4.46}$$

Οι εξισώσεις (4.45) και (4.46) απεικονίζονται γραφικά στα σχήματα 4.12 και 4.13.

Με διαδικασία ανάλογη μ’ αυτή του εναλλάκτη ομορροής καταλήγει κανείς σε σχέσεις για την αποτελεσματικότητα ε για τους διάφορους τύπους εναλλακτών. Η γραφική απεικόνιση της αποτελεσματικότητας ε (*σαν συνάρτηση του NTU και του λόγου* $\dot{W}_r\equiv\dot{W}_{min}/\dot{W}_{max}$) μερικών διατάξεων εναλλακτών δίνεται στα Σχ. 4.14 ως 4.17.

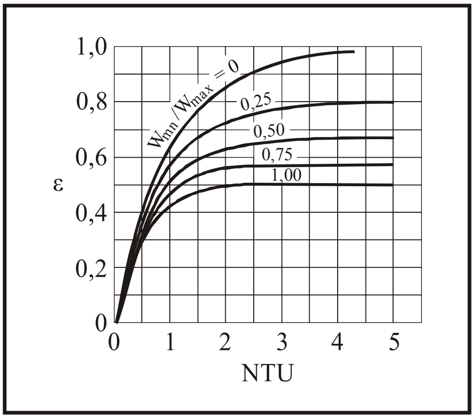
Από τα διαγράμματα των Σχ. 4.12-4.17 προκύπτουν τα παρακάτω:

- αν $\dot{W}_r=0$, όλοι οι εναλλάκτες έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα. Αυτή υπολογίζεται από την εξίσωση:

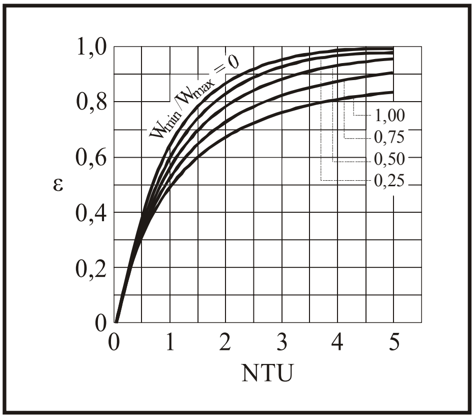
$$\varepsilon=1-\exp(-NTU) \tag{4.47}$$

Αυτό συμβαίνει όταν η θερμοχωρητική παροχή του ενός ρευστού είναι πάρα πολύ μεγάλη, όταν π.χ. έχουμε αλλαγή φάσης του ενός ρευστού (βρασμός ή συμπύκνωση). Στο ίδιο συμπέρασμα είχαμε καταλήξει και με την μέθοδο της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας.

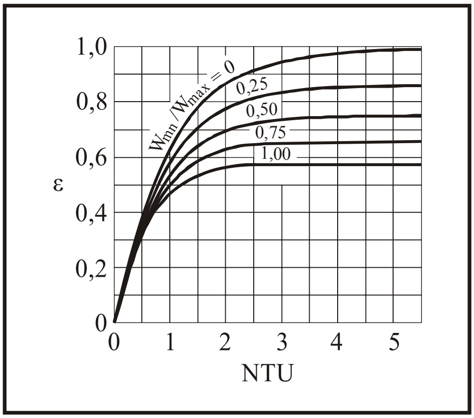
- αν $NTU \leq 0.25$ τότε όλοι οι εναλλάκτες έχουν την ίδια αποτελεσματικότητα (η οποία υπολογίζεται και πάλι από την (4.46)) ανεξάρτητα από την τιμή του λόγου $\dot{W}_r$.
- αν $\dot{W}_r > 0$ και $NTU \geq 0.25$ τότε ο εναλλάκτης αντιρροής είναι ο πιο αποτελεσματικός.
- τέλος για κάθε εναλλάκτη οι μέγιστες τιμές της αποτελεσματικότητας προκύπτουν για $\dot{W}_r = 0$ και οι ελάχιστες για $\dot{W}_r = 1$.



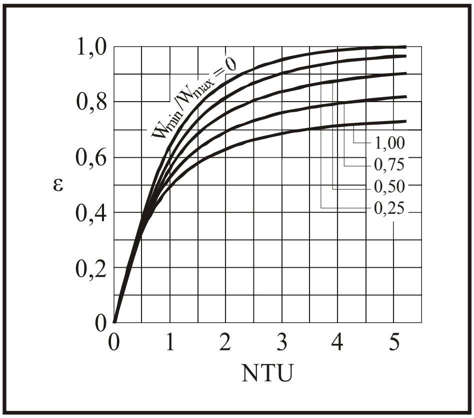
Σχήμα 4.12. Αποτελεσματικότητα εναλλάκτη ομορροής



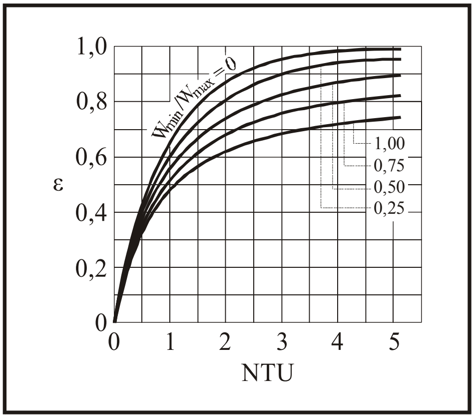
Σχήμα 4.13. Αποτελεσματικότητα εναλλάκτη αντιρροής.



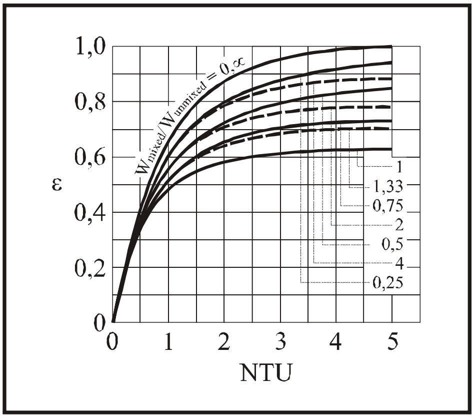
Σχήμα 4.14. Αποτελεσματικότητα εναλλάκτη δέσμης σωλήνων κελύφους μιας εξωτερικής διαδρομής και πολλαπλάσιες των δύο (2,4,κλπ) εσωτερικών διαδρομών.



Σχήμα 4.15. Αποτελεσματικότητα εναλλάκτη δέσμης σωλήνων κελύφους δύο εξωτερικών διαδρομών και πολλαπλάσιες των τεσσάρων (4,8 κλπ) εσωτερικών διαδρομών.



Σχήμα 4.16 Αποτελεσματικότητα εναλλάκτη διασταυρουμένων ρευμάτων με αμφότερες τις ροές μη μιγνυόμενες



Σχήμα 4.17 Αποτελεσματικότητα εναλλάκτη διασταυρουμένων ρευμάτων με την μια ροή μιγνυόμενη.

Παράδειγμα 4.3

Σε εναλλάκτη δέσμης σωλήνων – κελύφους μιας εξωτερικής και δύο εσωτερικών διαδρομών, το θερμό ρευστό είναι νερό με θερμοκρασία εισόδου στον εναλλάκτη 200 ^oC και το ψυχρό επίσης νερό με θερμοκρασία εισόδου 35 ^oC. Οι παροχές μάζας του θερμού και του ψυχρού νερού είναι 42 kg/h και 89 kg/h αντίστοιχα. Αν ο συνολικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας στον εναλλάκτη είναι 180 $W/m^2.^oC$ και η επιφάνεια μεταφοράς θερμότητας 0,345 m^2, ζητούνται οι θερμοκρασίες εξόδου των ρευστών από τον εναλλάκτη.

Λύση: Έστω ότι η μέση θερμοκρασία του θερμού νερού είναι 140 ^oC και του ψυχρού 60 ^oC. Η ειδική θερμότητα του νερού για τις δύο αυτές θερμοκρασίες είναι:

$$c_{p,1} = 4.312 \quad J/kg\cdot{}^\circ C \text{ και } c_{p,2} = 4.185 \quad J/kg\cdot{}^\circ C$$

Οι θερμοκρασίες εξόδου των ρευστών από τον εναλλάκτη μπορούν να βρεθούν από την αποτελεσματικότητα του εναλλάκτη και τα ενεργειακά ισοζύγια. Για να βρεθεί η αποτελεσματικότητα, πρέπει να βρεθεί ο ΑΜΜ.

Οι δύο ειδικές θερμοχωρητικότητες είναι:

$$\dot{W}_1 = \dot{m}_1 c_{p,1} = \frac{42\,\text{kg}}{3600\,\text{s}} \times 4.312\ \text{J}/\text{kg}\cdot{}^{o}\text{C} = 50,31\ \text{W}/{}^{\circ}\text{C}$$

$$\dot{W}_2 = \dot{m}_2 c_{p,2} = \frac{89\,\text{kg}}{3600\,\text{s}} \times 4.185\ \text{J}/\text{kg}\cdot{}^{o}\text{C} = 103,47\ \text{W}/{}^{\circ}\text{C}$$

Θα είναι λοιπόν:

$$\dot{W}_r = \frac{\dot{W}_{min}}{\dot{W}_{max}} = \frac{\dot{W}_1}{W_2} = \frac{50,31}{103,47} = 0,49$$

και

$$\text{NTU(AMM)} = \frac{\lambda A}{\dot{W}_{min}} = \frac{180\ \text{W}/\text{m}^2\cdot{}^{o}\text{C} \times 0,345\ \text{m}^2}{50,31\ \text{W}/{}^{o}\text{C}} = 1,23$$

Για $\dot{W}_r = 0,49$ και NTU = 1,23 από το σχήμα 4.14 προκύπτει $\varepsilon \cong 0,6$
Επειδή $\dot{W}_{min} = \dot{W}_1$, από την εξίσωση (4.37α) έχουμε:

$$\varepsilon = \frac{T_{1,i} - T_o}{T_{1,i} - T_{2,i}} \Rightarrow T_{1,o} = T_{1,i} - \varepsilon\left(T_{1,i} - T_{2,i}\right) = 200^{o}\text{C} - 0,6 \times (200-35)^{o}\text{C} = 101^{o}\text{C}$$

Η θερμορροή στον εναλλάκτη είναι:

$$\dot{Q} = \dot{W}_1\left(T_{1,i} - T_{1,o}\right) = 50,31\ \text{W}/{}^{o}\text{C} \times (200-101)\ {}^{o}\text{C} = 4.980\ \text{W}$$

Άρα:

$$\dot{Q} = \dot{W}_2(T_{2,o} - T_{2,i}) \Rightarrow T_{2,o} = T_{2,i} + \frac{\dot{Q}}{\dot{W}_2} = 35\ {}^{o}\text{C} + \frac{4980\ \text{W}}{103,47\ \text{W}/{}^{\circ}\text{C}} = 83,1\ {}^{o}\text{C}$$

4.5 Συμπεράσματα – μεθοδολογία

Και οι δύο μέθοδοι που αναπτύχθηκαν - μέθοδος της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας και μέθοδος των μονάδων μεταφοράς - μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε οποιοδήποτε πρόβλημα εναλλακτών θερμότητας και δίνουν φυσικά ισοδύναμα αποτελέσματα. Κάθε μια όμως είναι καταλληλότερη για διάφορες κατηγορίες προβλημάτων.

Η μέθοδος της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας ενδείκνυται για τα *προβλήματα σχεδιασμού εναλλακτών θερμότητας*. Στα προβλήματα αυτά είναι γνωστές οι θερμοκρασίες εισόδου και παροχές μάζας των ρευστών ενώ οι θερμοκρασίες εξόδου προκαθορίζονται. Ζητούμενο είναι η επιλογή του κατάλληλου εναλλάκτη, δηλαδή της απαιτούμενης επιφάνειας συναλλαγής θερμότητας A έτσι ώστε να επιτευχθούν οι επιθυμητές θερμοκρασίες εξόδου. Με τα δεδομένα αυτά είναι εύκολος ο υπολογισμός της $\Delta T_{\ell m}$ και στην συνέχεια από τα ενεργειακά ισοζύγια και την (4.1) ο υπολογισμός της επιθυμητής τιμής της A. Φυσικά στο ίδιο αποτέλεσμα μπορεί να καταλήξει κανείς χρησιμοποιώντας και την NTU μέθοδο.

Στα προβλήματα που αφορούν σε *υπολογισμούς λειτουργίας* των εναλλακτών ενδείκνυται η χρήση της μεθόδου των μονάδων μεταφοράς. Στα προβλήματα αυτά είναι γνωστός ο τύπος και το μέγεθος του εναλλάκτη και ζητούνται η θερμορροή και οι θερμοκρασίες εξόδου των ρευστών για προκαθορισμένες παροχές μάζας και θερμοκρασίες εισόδου. Στην περίπτωση αυτή εφαρμογή της μεθόδου της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας απαιτεί προεκτίμηση μιας θερμοκρασίας εξόδου, π.χ. της $T_{2,0}$ οπότε από τα ενεργειακά ισοζύγια (εξ. 4.6) προκύπτει η θερμορροή $\dot{Q}$ και η δεύτερη θερμοκρασία εξόδου $T_{1,0}$. Τώρα μπορεί να υπολογισθεί η ΔT_{lm} και στη συνέχεια να ξαναυπολογισθεί η θερμορροή $\dot{Q}$. Αν οι δύο τιμές της θερμορροής δεν συμπίπτουν τότε η διαδικασία πρέπει να επαναληφθεί.

Τα πράγματα απλοποιούνται στη περίπτωση αυτή και δεν υφίσταται ανάγκη επαναληπτικής διαδικασίας αν αντί της μεθόδου της μέσης λογαριθμικής διαφοράς θερμοκρασίας χρησιμοποιηθεί η μέθοδος των μονάδων μεταφοράς. Τότε από τον τύπο και το μέγεθος του εναλλάκτη και τις παροχές μάζας των ρευστών υπολογίζονται ο αριθμός των μονάδων μεταφοράς NTU και ο λόγος $\dot{W}_r$. Στη συνέχεια από το κατάλληλο διάγραμμα υπολογίζεται η αποτελεσματικότητα ε. Επειδή και ο υπολογισμός της μέγιστης δυνατής θερμορροής $\dot{Q}_{max}$ είναι εύκολος (εξ. 4.36), μπορεί στη συνέχεια να υπολογισθεί και η πραγματική θερμορροή από την εξίσωση 4.38. Οι θερμοκρασίες εξόδου υπολογίζονται στη συνέχεια από την εξίσωση 4.6.