

## ΒΑΣΙΚΗ ΙΔΕΑ ΚΑΙ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΠΡΟΕΝΤΑΣΗΣ

### **1. Χαρακτηριστικά μειονεκτήματα του ωπλισμένου σκυροδέματος**

Σημαντικό μειονέκτημα των καμπτομένων στοιχείων από ωπλισμένο σκυρόδεμα είναι ότι ρηγματώνονται υπό τα φορτία λειτουργίας και προβλέπεται να λειτουργούν με ρωγμές. Οι ρωγμές λόγω κάμψης είναι κάθετες στις εφελκυόμενες εξωτερικές παρειές και για υψηλές τιμές έντασης έχουν μεγάλο βάθος αφού η αντίστοιχη θλιβόμενη ζώνη είναι δυνατόν να έχει μικρό ύψος. Τα στοιχεία ωπλισμένου σκυροδέματος αν και ρηγματωμένα εφόσον έχουν σχεδιασθεί με προσοχή είναι βεβαίως ασφαλή αλλά θα πρέπει να σημειωθεί ότι το ρηγματωμένο μέρος της διατομής είναι αδρανές και χρειάζεται κυρίως για να κρατάει τους οπλισμούς στη θέση τους. Συνεπώς ένα μεγάλο μέρος της μάζας του σκυροδέματος στη διατομή

- δεν προσφέρει στην ασφάλεια
- συντελεί στη μεγάλη αύξηση του ίδιου βάρους

Με βάση τα παραπάνω θα πρέπει να τονισθεί ότι το πιο σημαντικό ίσως μειονέκτημα του ωπλισμένου σκυροδέματος είναι η αδυναμία εφαρμογής του σε περιπτώσεις που απαιτείται η κατασκευή στοιχείων με μεγάλα ανοίγματα. Η αδυναμία αυτή προέρχεται κυρίως από το αυξημένο ίδιο βάρος που προκαλείται από το γεγονός ότι μεγάλο τμήμα της διατομής δεν χρησιμοποιείται και παραμένει αδρανές.

Η ρηγμάτωση επί πλέον δημιουργεί και άλλα μειονεκτήματα στα στοιχεία από ωπλισμένο σκυρόδεμα όπως:

- Μείωση της ενεργού ροπής αδρανείας με αποτέλεσμα να μειώνεται ουσιαστικά η καμπτική δυσκαμψία του στοιχείου.
- Η μείωση της δυσκαμψίας σε συνδυασμό με το αυξημένο ίδιο βάρος προκαλεί μεγάλα βέλη κάμψεως.
- Μείωση της υδατοστεγανότητας.

- Σημαντικός κίνδυνος διάβρωσης του οπλισμού.
- Αύξηση του κινδύνου από κόπωση.
- Απαιτείται συνήθως μεγάλη ποσότητα οπλισμού.

Θα πρέπει όμως να τονισθεί ότι έναντι των μειονεκτημάτων που προαναφέρθηκαν το ωπλισμένο σκυρόδεμα προσφέρει μερικά ιδιαιτέρως σημαντικά πλεονεκτήματα όπως:

- Απλότητα μεθόδων υπολογισμού.
- Απλότητα μεθόδων και μέσων εφαρμογής.
- Μεγάλη ασφάλεια για τα συνήθη φορτία χρήσης.
- Καλή συμπεριφορά υπό σεισμικές δράσεις εφόσον γίνει ο κατάλληλος σχεδιασμός.

## 2. Βασική ιδέα της προέντασης

Η ιδέα της προέντασης βασίζεται στη σκέψη να μην υπάρχει αδρανές τμήμα της διατομής αλλά όλο το υλικό να συμμετέχει στην ανάληψη των φορτίων. Για να επιτευχθεί αυτό και δεδομένου ότι το σκυρόδεμα έχει πολύ μικρή εφελκυστική αντοχή θα πρέπει όλη η διατομή να βρίσκεται υπό θλίψη. Κατ' αυτόν τον τρόπο δεν θα υπάρχει ρηγμάτωση με αποτέλεσμα να διορθώνονται πολλά μειονεκτήματα όπως το μεγάλο ίδιον βάρος, η μειωμένη δυσκαμψία, τα μεγάλα βέλη κάμψεως, η υδατοστεγανότητα και ο κίνδυνος διάβρωσης του οπλισμού.

Στο ωπλισμένο σκυρόδεμα η ανάληψη των εφελκυστικών δράσεων γίνεται με την ενσωμάτωση του οπλισμού στις θέσεις εφελκυστικής έντασης με αποτέλεσμα όλο το σκυρόδεμα της εφελκυστικής περιοχής να ρηγματώνεται, και να καθίσταται έτσι τελείως αδρανές χωρίς συμμετοχή στην ανάληψη των φορτίων αλλά αντιθέτως να προσθέτει μεγάλο ίδιον βάρος. Στο προεντεταμένο σκυρόδεμα γίνεται προσπάθεια αναιρέσεως των εφελκυστικών τάσεων με την επιβολή μιας κατάλληλης πρόσθετης θλιπτικής δύναμης. Κατ' αυτόν τον τρόπο όλη η διατομή βρίσκεται υπό θλίψη και συμμετέχει στην ανάληψη των φορτίων.

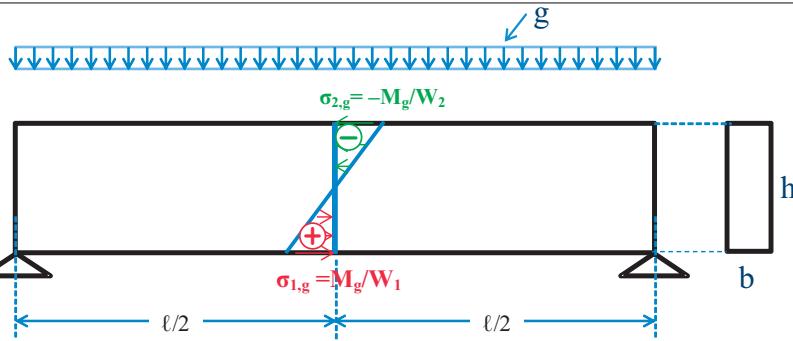
Με τον όρο **προένταση** εννοείται **η επιβολή μια επιπρόσθετης, ηθελημένης και κατάλληλα προσχεδιασμένης θλιπτικής φόρτισης** η οποία έχει ως σκοπό την βελτίωση της στατικής λειτουργίας του φορέα διά της μεγίστης κατά το δυνατόν εκμετάλλευσης των ιδιοτήτων των υλικών.

Η ιδέα για την επιβολή της επιπρόσθετης θλιπτικής δύναμης με τη χρήση χαλύβδινων ράβδων που προτανύονται πριν τοποθετηθούν σε μια δοκό είναι παλαιά και διατυπώθηκε από τις αρχές του 20ου αιώνα. Η υλοποίησή της όμως δεν ήταν δυνατή διότι η προτάνυση αυτή και η αρχική δύναμη που αναπτυσσόταν κατ' αυτόν τον τρόπο στις διατομές του στοιχείου με τους χάλυβες μειωνόταν πολύ ή και εκμηδενιζόταν βαθμιαίως με την πάροδο του χρόνου λόγω ερπυσμού και συστολής ξηράνσεως του σκυροδέματος και χαλάρωσης του χάλυβα. Τα υλικά της εποχής δεν επέτρεπαν την αξιόπιστη επιβολή της προέντασης.

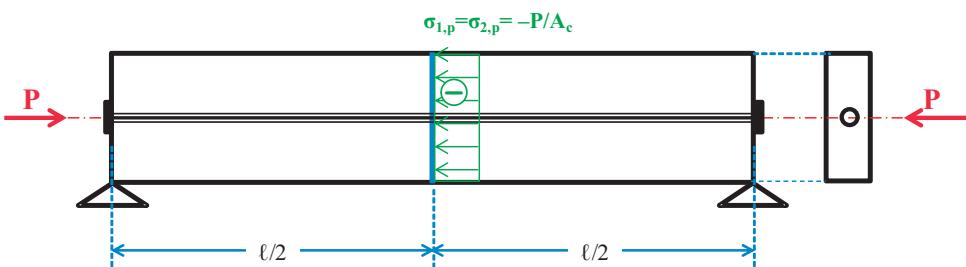
Πρώτος ο Freyssinet (1926) αντελήφθη ότι οι απώλειες αυτές ήταν σταθερές σε μεγάλο βαθμό και προβλέψιμες και άρα **θα ήταν δυνατόν να ανζηθούν αναλόγως οι αρχικές τάσεις ώστε οι απώλειες να αποτελούν ένα τμήμα τους τέτοιο ώστε οι τάσεις που θα εναπομείνουν να είναι επαρκείς για την ασφαλή λειτουργία του στοιχείου**. Οι παρατηρήσεις αυτές με τη σταδιακή βελτίωση των ιδιοτήτων των υλικών και ιδιαίτερα του χάλυβα επέτρεψε τελικά την απαραίτητη αρχική επιβολή αυξημένων τάσεων με αποτέλεσμα την υλοποίηση της ιδέας του προεντεταμένου σκυροδέματος.

Η διατομή του προεντεταμένου σκυροδέματος μπορεί να θεωρηθεί σαν μια διατομή ωπλισμένου σκυροδέματος στην οποία επί πλέον:

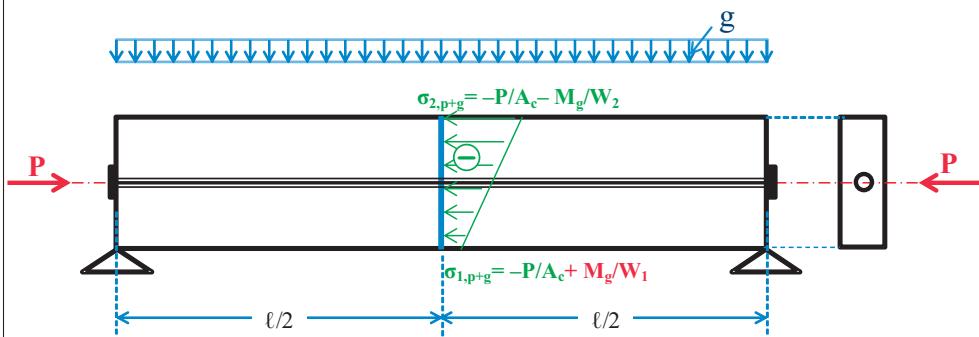
- Συνυπάρχει στην διατομή εκτός από τους συμβατικούς οπλισμούς και ο χάλυβας προέντασης.
- Ο χάλυβας προέντασης είναι υψηλής αντοχής, έχει υποστεί τάνυση και επιβάλλει στη διατομή μια πρόσθετη θλιπτική δύναμη.
- Η θλιπτική δύναμη δρα στο σημείο της διατομής από το οποίο διέρχεται ο χάλυβας προέντασης και προκαλεί αξονική θλίψη. Εφόσον ο χάλυβας προέντασης δεν διέρχεται από το κέντρο βάρους της διατομής η δύναμη προένταση δεν δρα στο κέντρο βάρους και άρα προκαλεί επιπροσθέτως και μια καμπτική ροπή.



(α) Αμφιέρειστη δοκός με ομοιόμορφο μόνιμο φορτίο  $g$ . Στη μεσαία διατομή αναπτύσσονται εφελκυστικές και θλιπτικές τάσεις.



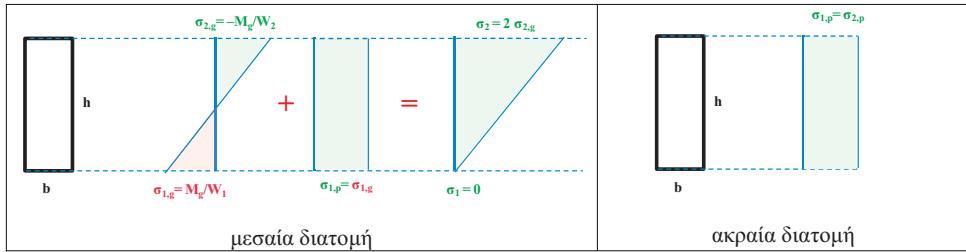
(β) Αμφιέρειστη δοκός με προένταση που επιβάλλεται με ευθύγραμμο κεντροβαρικό τένοντα (εκκεντρότητα  $e=0$ ). Σε όλες τις διατομές κατά μήκος της δοκού αναπτύσσονται μόνο θλιπτικές τάσεις.



(γ) Αμφιέρειστη δοκός με μόνιμο φορτίο  $g$  και προένταση που επιβάλλεται με ευθύγραμμο κεντροβαρικό τένοντα. Η περίπτωση αυτή αποτελεί το άθροισμα (α)+(β). Στη μεσαία διατομή δεν αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις με τη βοήθεια της προέντασης αλλά αυξάνονται πολύ οι θλιπτικές τάσεις στην άνω παρεία.

Σχ. 1 Αμφιέρειστη δοκός και τάσεις στη μεσαία διατομή για (α) μόνιμο φορτίο, (β) μόνο ευθύγραμμη κεντροβαρική προένταση, (γ) το άθροισμα των περιπτώσεων (α)+(β).

Στο σχ. 1α παρουσιάζεται μια αμφιέρειστη δοκός με ορθογωνική διατομή και οι τάσεις που αναπτύσσονται στη μέση του ανοίγματος λόγω των μονίμων φορτίων. Στο σχ. 1β επιβάλλεται στη δοκό προένταση με ευθύγραμμο τένοντα που αγκυρώνεται στο κέντρο βάρους των ακραίων διατομών (κεντροβαρική ευθύγραμμη τροχιά του τένοντα). Οι τάσεις σε όλες τις διατομές κατά μήκος της δοκού λόγω της προέντασης είναι ομοιόμορφες (σχ. 1β). Στο σχ. 1γ παρουσιάζονται οι τάσεις λόγω μονίμων φορτίων και προέντασης ( $g+P$ ) στη μεσαία διατομή στην οποία παρατηρείται ότι όλη η διατομή είναι υπό θλίψη. Για να μην αυξάνεται πολύ η θλίψη αλλά απλώς να εξουδετερωθούν στη μεσαία διατομή οι εφελκυστικές τάσεις λόγω μονίμων φορτίων  $\sigma_{1,g}$  είναι δυνατόν να εφαρμοσθεί προένταση τέτοια ώστε  $|\sigma_{1,p}| = \sigma_{1,g}$ . Σε αυτή τη περίπτωση στη μεσαία διατομή η τάση στη κάτω παρειά είναι  $\sigma_1 = 0$  και στην άνω παρειά  $\sigma_2 = 2\sigma_{2,g}$ , όπως φαίνεται στο σχ. 2.



Σχ. 2 Στην αμφιέρειστη δοκό του σχ. 1 επιβάλλεται προένταση τέτοια ώστε οι τάσεις λόγω προέντασης  $\sigma_{1,p}$  είναι ίσες με τις εφελκυστικές τάσεις λόγω μονίμων φορτίων κάτω  $\sigma_{1,g}$  στη μεσαία διατομή. Παρουσιάζονται οι τάσεις για  $g+P$  στη μεσαία και την ακραία διατομή.

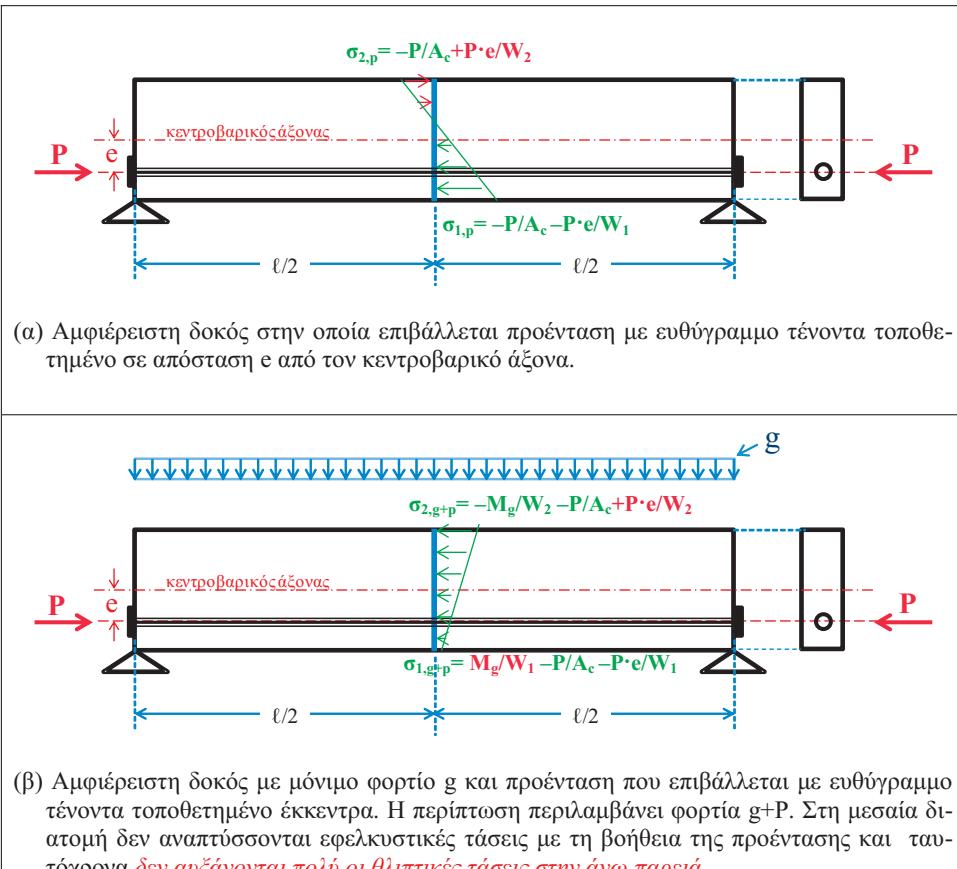
Η τιμή της προέντασης σε αυτή την περίπτωση βρίσκεται ως εξής:

$$|\sigma_{1,p}| = \sigma_{1,g} \rightarrow \left| -\frac{P}{A_c} \right| = \sigma_{1,g} \rightarrow P = \sigma_{1,g} \cdot A_c$$

Με αυτόν τον τρόπο εξουδετερώνεται ο εφελκυσμός κάτω στη μεσαία διατομή αλλά αυξάνεται πολύ η θλιπτική τάση στην άνω παρειά αφού η τιμή της διπλασιάζεται (σχ. 2).

Με σκοπό να βελτιωθεί η κατανομή των τάσεων στη μεσαία διατομή τοποθετείται ο τένοντας προέντασης όχι στο κέντρο βάρους αλλά έκκεντρα με εκκεντρότητα  $e$  (σχ. 3). Με αυτό τον τρόπο οι τάσεις που αναπτύσσονται λόγω

του τένοντα στη μεσαία διατομή δεν είναι ομοιόμορφες αλλά είναι θλιπτικές κάτω ενώ στην άνω παρειά υπάρχει η επιλογή να είναι εφελκυστικές ή μηδενικές ή και μικρές θλιπτικές ανάλογα με τη τιμή της εκκεντρότητας ε που επιλέγεται. Αυτή η επιλογή έχει ως αποτέλεσμα να δίνεται η δυνατότητα να εξουδετερώνονται οι εφελκυστικές τάσεις με τη βοήθεια της προέντασης ενώ ταυτόχρονα **να μην αυξάνονται πολύ οι θλιπτικές τάσεις στην άνω παρειά.**

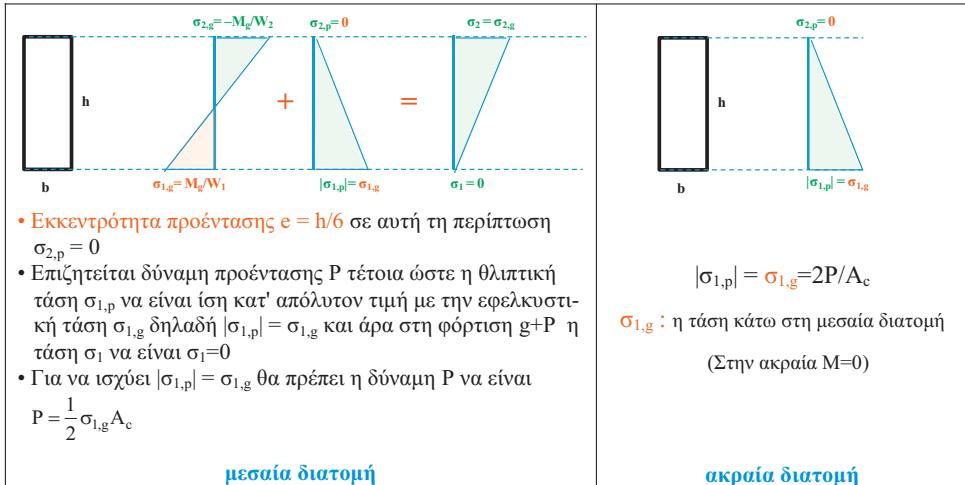


Σχ. 3 Αμφιέρειστη δοκός και τάσεις στη μεσαία διατομή για (a) μόνο ευθύγραμμη προένταση με εκκεντρότητα  $e$  και (β) μόνιμα φορτία και προένταση  $(g+P)$ .

Στο σχ. 4 παρουσιάζεται η κατανομή των τάσεων στη μεσαία και στην ακραία διατομή για την αμφιέρειστη δοκό του σχ. 3 και για εκκεντρότητα  $e=h/6$ . Σε αυτή τη περίπτωση ισχύει ότι

$$\sigma_{2,p} = -\frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e}{W_2} = -\frac{P}{A_c} + \frac{Ph/6}{bh^2/6} = -\frac{P}{A_c} + \frac{P}{bh} \rightarrow \sigma_{2,p} = 0$$

Ακόμη επιζητείται η τιμή της προέντασης ώστε για φόρτιση g+P να μηδενίζονται οι εφελκυστικές τάσεις στη κάτω παρειά. Επιζητείται δηλαδή η τιμή της προέντασης για την οποία στη μεσαία διατομή στη κάτω παρειά οι θλιπτικές τάσεις λόγω προέντασης  $\sigma_{1,p}$  είναι ίσες με τις εφελκυστικές τάσεις



Σχ. 4 Στην αριφέρειστη δοκό του σχ. 3 ο ευθύγραμμος τένοντας προέντασης τοποθετείται κάτω από το κέντρο βάρους της διατομής με εκκεντρότητα  $e = h/6$ . Επιβάλλεται προένταση τέτοια ώστε οι θλιπτικές τάσεις λόγω προέντασης  $\sigma_{1,p}$  είναι ίσες με τις εφελκυστικές τάσεις κάτω  $\sigma_{1,g}$  στη μεσαία διατομή. Έτσι για φόρτιση g+P μηδενίζονται οι εφελκυστικές τάσεις στη κάτω παρειά. Παρουσιάζονται στη περίπτωση αυτή οι τάσεις για g+P στη μεσαία και την ακραία διατομή.

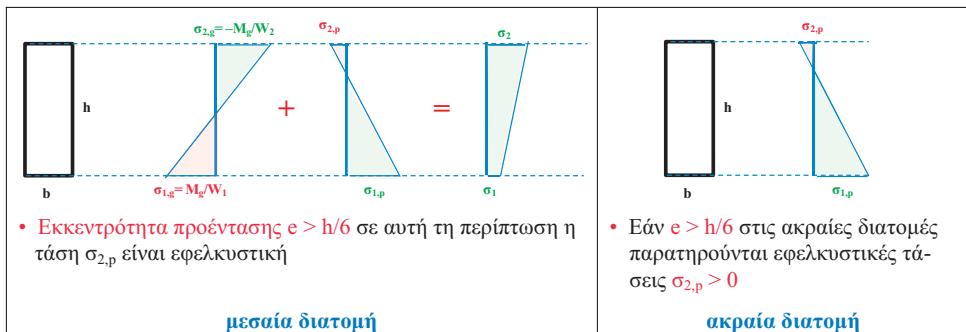
λόγω των μονίμων φορτίων  $\sigma_{1,g}$ . Για να βρεθεί η ζητούμενη τιμή της προέντασης θα πρέπει να ισχύει

$$|\sigma_{1,p}| = \sigma_{1,g} \rightarrow \left| -\frac{P}{A_c} - \frac{P \cdot e}{W_1} \right| = \sigma_{1,g} \rightarrow \left| -\frac{P}{A_c} - \frac{Ph/6}{bh^2/6} \right| = \sigma_{1,g} \rightarrow \left| -2 \frac{P}{A_c} \right| = \sigma_{1,g} \rightarrow \\ P = \frac{1}{2} \sigma_{1,g} A_c$$

Στη περίπτωση άρα που η εκκεντρότητα είναι  $e=h/6$  και εφαρμοσθεί προένταση  $P = \frac{1}{2} \sigma_{1,g} A_c$  τότε οι θλιπτικές τάσεις στη κάτω παρειά λόγω προέντασης

$\sigma_{1,p}$  είναι ίσες με τις εφελκυστικές τάσεις στη κάτω παρειά λόγω μονίμων φορτίων  $\sigma_{1,g}$  στη μεσαία διατομή (σχ. 4). Έτσι για φόρτιση  $g+P$  στη μεσαία διατομή μηδενίζονται οι εφελκυστικές τάσεις στη κάτω παρειά ενώ δεν αυξάνουν υπερβολικά οι θλιπτικές τάσεις στην άνω παρειά όπως γίνεται με την ευθύγραμμη κεντροβαρική προένταση (σχ. 2).

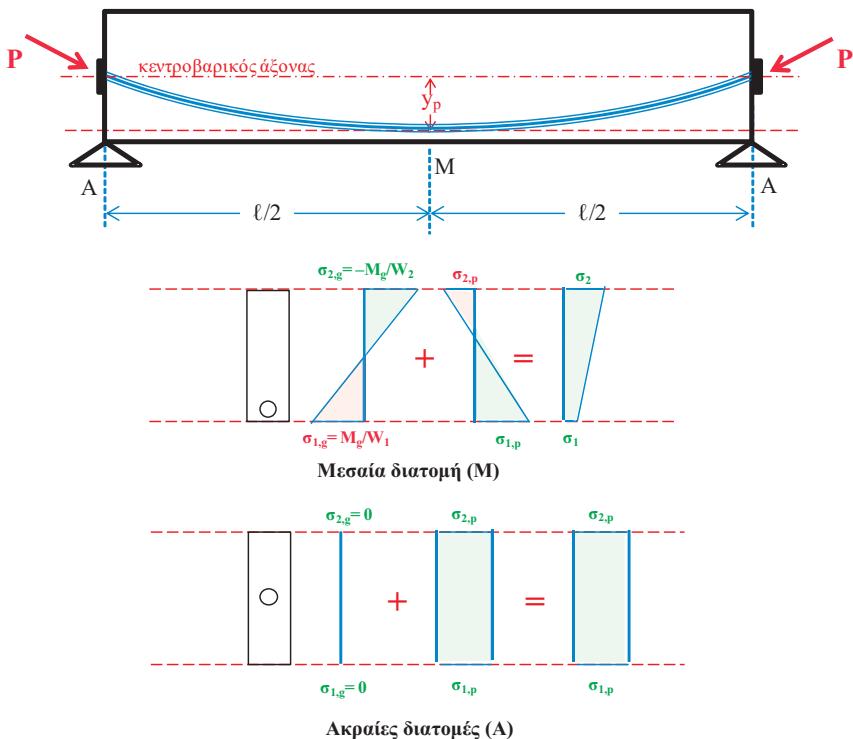
Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όσο αυξάνεται η τιμή της εκκεντρότητας ε του ευθύγραμμου τένοντα αυξάνεται η τιμή της θλιπτικής τάσης  $\sigma_{1,p}$  στη κάτω παρειά χωρίς να αυξάνεται η τιμή της προέντασης  $P$ . Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατόν να γίνεται καλύτερη εκμετάλλευση των υλικών και να αντισταθμίζονται μεγαλύτερα φορτία με αποτέλεσμα να επιτυγχάνονται μεγαλύτερα ανοίγματα δοκών. Στο σχ. 5 παρουσιάζονται οι τάσεις που αναπτύσσονται στη μεσαία και στις ακραίες διατομές για την περίπτωση που ισχύει ότι  $e > h/6$ . Σε αυτή τη περίπτωση στη μεσαία διατομή αναπτύσσονται τάσεις που εξισορροπούν κατ' άριστον τρόπο τις τάσεις που αναπτύσσονται από τα φορτία αλλά στις ακραίες διατομές παρουσιάζονται εφελκυστικές τάσεις που δεν μπορούν να εξισορροπηθούν από αντίστοιχες τάσεις από φορτία (σχ. 5).



Σχ. 5 Στην αμφιέρειστη δοκό του σχ. 3 ο ευθύγραμμος τένοντας προέντασης τοποθετείται κάτω από το κέντρο βάρους της διατομής με εκκεντρότητα  $e > h/6$ . Σε αυτή τη περίπτωση αναπτύσσονται εφελκυστικές τάσεις στις ακραίες διατομές. Παρουσιάζονται στη περίπτωση αυτή οι τάσεις για  $g+P$  στη μεσαία και την ακραία διατομή.

Με βάση την παρατήρηση ότι μεγάλες εκκεντρότητες βοηθούν πολύ στην εξισορρόπηση των τάσεων στη μεσαία διατομή αλλά στις ακραίες διατομές προτιμάται η κεντροβαρική προένταση ώστε να μην δημιουργούνται εφελ-

κυρτικές τάσεις, ο σχεδιασμός οδηγείται στη νιοθέτηση τένοντα που δεν ακολουθεί ευθύγραμμη τροχιά. Συγκεκριμένα θα πρέπει να έχει μεγάλη εκκεντρότητα στη μέση της δοκού και βαθμιαία αυτή να μειώνεται καθώς πλησιάζει στα άκρα όπου θα πρέπει να καταλήγει στο κέντρο βάρος της διατομής ( $e = 0$ ). Δεδομένου ότι οι τάσεις στις διατομές λόγω των φορτίων προκύπτουν από την ροπή σε κάθε διατομή γίνεται προφανές ότι η τροχιά του τένοντα θα πρέπει να ακολουθεί τις τιμές των ροπών δηλαδή την μορφή του διαγράμματος ροπών του φορέα. Στις αμφιέρειστες δοκούς υπό κατανεμημένο φορτίο το διάγραμμα των ροπών είναι παραβολικό και άρα συμπεραίνεται ότι η βέλτιστη τροχιά του τένοντα είναι η παραβολική τροχιά.



Σχ. 6 Αμφιέρειστη δοκό με τένοντα προέντασης που έχει παραβολική τροχιά. Στη μεσαία διατομή (M) οι τάσεις λόγω της προέντασης εξισορροπούν τις τάσεις λόγω των φορτίων κατά τρόπον ώστε αφενός δεν δημιουργούνται εφελκυστικές τάσεις και αφετέρου δεν αναπτύσσονται μεγάλες θλιπτικές τάσεις. Ομοίως στις ακραίες διατομές (A) όπου η προένταση ασκείται στο κέντρο βάρους των διατομών αναπτύσσονται μόνο θλιπτικές τάσεις.

### **3. Κατηγορίες στοιχείων προεντεταμένου σκυροδέματος**

#### **3.1. Ανάλογα με τον χρόνο τάνυσης**

Ανάλογα με τον χρόνο τάνυσης του χάλυβα προέντασης σε σχέση με την έγχυση και σκλήρυνση του σκυροδέματος διακρίνονται δύο κατηγορίες στοιχείων:

##### **3.1.1. Προένταση μετά την σκλήρυνση του σκυροδέματος**

Η προένταση εφαρμόζεται μετά την έγχυση και σκλήρυνση του σκυροδέματος οπότε και το στοιχείο έχει την τελική του μορφή. Παρέχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιούνται καμπύλοι τένοντες με παραβολική ή σύνθετη τροχιά ώστε να γίνεται η βέλτιστη εκμετάλλευση της δύναμης προέντασης σε όλες τις διατομές κατά μήκος του στοιχείου. Είναι η συνήθης μορφή προέντασης και εφαρμόζεται επί τόπου του έργου.

Στη περίπτωση αυτή η αγκύρωση των τενόντων γίνεται στα άκρα του στοιχείου με ειδικές διατάξεις που λέγονται αγκυρώσεις και λειτουργούν με τη χρήση σφηνών. Κατά την διαδικασία της αγκύρωσης παρατηρείται μια μικρή ολίσθηση του τένοντα και κατά συνέπεια μια μείωση της εφελκυστικής παραμόρφωσης του τένοντα και άρα μια απώλεια της δύναμης προέντασης. Οι υπάρχουσες όμως τριβές συνήθως εξουδετερώνουν την απώλεια και σε ορισμένη απόσταση από τα άκρα του δομικού στοιχείου γίνεται πλήρης αξιοποίηση της δύναμης προέντασης.

##### **3.1.2. Προένταση πριν από την έγχυση του σκυροδέματος**

Η προένταση σε αυτή τη περίπτωση εφαρμόζεται πριν από την σκλήρυνση ή και πριν από την έγχυση του σκυροδέματος. Χρησιμοποιείται συνήθως σε προκατασκευασμένα στοιχεία. Περιορίζεται συνήθως στη χρήση ευθύγραμμων τενόντων διότι είναι πολύ δύσκολη η υλοποίηση καμπύλων τενόντων εν κενώ, χωρίς δηλαδή να έχει γίνει η έγχυση και σκλήρυνση του σκυροδέματος που κρατάει τον τένοντα στη προκαθορισμένη θέση του σε κάθε διατομή κατά μήκος του στοιχείου. Κύριο χαρακτηριστικό της προέντασης πριν από την σκλήρυνση είναι ότι η αγκύρωση του τένοντα επιτυγχάνεται με τη συνάφεια του τένοντα με το σκυρόδεμα.

Η προένταση πριν από την σκλήρυνση του σκυροδέματος δεν είναι πολύ διαδεδομένη και εφαρμόζεται κυρίως για τη βιομηχανική ή οργανωμένη εργοταξιακή παραγωγή μεγάλου αριθμού ομοίων δομικών στοιχείων (προκατασκευή).

### 3.2. Ανάλογα με την πρόβλεψη για εφελκυστικές τάσεις και ρηγμάτωση

Κατά τον σχεδιασμό των στοιχείων από προεντεταμένο σκυρόδεμα προβλέπεται όλες οι διατομές κατά μήκος του στοιχείου σε όλες τις φάσεις της ζωής του έργου να λειτουργούν υπό θλίψη. Είναι όμως δυνατόν υπό ορισμένες συνθήκες η προένταση να λειτουργεί επικουρικά ή παράλληλα με συμβατική όπλιση η οποία είναι και αυτή όπλιση που παραλαμβάνει ένταση (όπλιση αντοχής). Σε αυτές τις περιπτώσεις προβλέπεται η ανάπτυξη εφελκυσμού και καμπτικών ρωγμών σε κάποιες διατομές. Με βάση τα παραπάνω διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

- Πλήρης ή ολική προένταση (full or total prestress)

Ο σχεδιασμός γίνεται κατά τρόπον ώστε **όλες οι διατομές κατά μήκος του στοιχείου να παραμένουν υπό πλήρη θλίψη** σε όλες τις φάσεις της ζωής του έργου και άρα το **στοιχείο παραμένει αρηγμάτωτο.** Η πλήρης ή ολική προένταση είναι η συνήθης μορφή προέντασης και σε αυτή είναι δυνατή η εφαρμογή των σχέσεων της Μηχανικής δεδομένου ότι οι διατομές παραμένουν αρηγμάτωτες. Υποπερίπτωση της πλήρους ή ολικής προέντασης είναι η περιορισμένη προένταση κατά την οποία προβλέπεται στο σχεδιασμό η εμφάνιση εφελκυστικών τάσεων οι οποίες όμως δεν ξεπερνούν την εφελκυστική αντοχή σχεδιασμού του σκυροδέματος. Στη περιορισμένη προένταση όπως και στην πλήρη προένταση δεν προβλέπεται ρηγμάτωση και το στοιχείο σχεδιάζεται ώστε να παραμείνει αρηγμάτωτο κατά τη διάρκεια της ζωής του έργου.

- Μερική προένταση (partial prestress)

Στη μερική προένταση δεν τίθενται περιορισμοί στην εμφάνιση εφελκυστικών τάσεων και ρηγματώσεως. Η δοκός λειτουργεί γενικά σαν δοκός από ωπλισμένο σκυρόδεμα με την ιδιομορφία ότι έχει τοποθετηθεί σε αυτήν και προεντεταμένος χάλυβας ο οποίος βοηθά παράλληλα με τον συμβατικό οπλισμό στην ανάληψη των φορτίων. Η εφαρμογή μερικής προέντασης δεν είναι συνήθης και απαιτεί ιδιαίτερο σχεδιασμό.

### **3.3. Ανάλογα με τον τρόπο συνεργασίας τένοντα και σκυροδέματος**

Ανάλογα με τον τρόπο συνεργασίας του χάλυβα προέντασης και του σκυροδέματος διακρίνονται δύο περιπτώσεις προεντεταμένων στοιχείων:

- **Tένοντες σε συνεργασία με το σκυρόδεμα (bonded tendons)**

Είναι η συνήθης περίπτωση εφαρμογής προέντασης. Σε αυτήν την περίπτωση μετά την επιβολή της προβλεπόμενης προέντασης πληρώνονται με πίεση οι σωλήνες προέντασης με ειδικό τσιμεντένεμα και κατ' αυτόν τον τρόπο αποκαθίσταται η συνάφεια και η συνεργασία μεταξύ του τένοντα και του περιβάλλοντος σκυροδέματος. Η αποκατάσταση της συνάφειας και της συνεργασίας του τένοντα με το σκυρόδεμα έχει μεγάλα πλεονεκτήματα τόσο για την ασφάλεια του έργου από πλευράς τοπικών αστοχιών όσο και για την συντήρηση του τένοντα έναντι διάβρωσης. Δεν επιτρέπει την επιβολή πρόσθετης τάνυσης κατά την διάρκεια της ζωής του έργου.

- **Tένοντες χωρίς συνεργασία με το σκυρόδεμα (unbonded tendons)**

Σε αυτήν τη περίπτωση δεν προβλέπεται η αποκατάσταση της συνάφειας και της συνεργασίας του τένοντα με το σκυρόδεμα μετά την επιβολή της προέντασης. Έχει σημαντικά μειονεκτήματα σχετικά με την ασφάλεια και την εξασφάλιση των χαλύβων προέντασης έναντι διάβρωσης. Σημαντικό πλεονέκτημα είναι ότι επιτρέπει την επιβολή πρόσθετης τάνυσης κατά την διάρκεια της ζωής του έργου.

### **3.4. Ανάλογα με τις διευθύνσεις επιβολής προέντασης**

Ανάλογα με τις διευθύνσεις επιβολής προέντασης δηλαδή τις διευθύνσεις των τενόντων διακρίνουμε:

- **Μονοαξονική προένταση.**

Είναι η συνήθης μορφή προέντασης και χρησιμοποιείται σε δοκούς οικοδομικών έργων όταν υπάρχουν μεγάλα ανοίγματα και στις δοκούς των γεφυρών. Εφαρμόζεται και σε πλάκες με προένταση μιας διεύθυνσης.

- **Διαζονική προένταση**

Εφαρμόζεται σε τμήματα γεφυρών όταν εκτός από την κύρια διεύθυνση απαιτείται προένταση και κατά την εγκάρσια διεύθυνση. Ακόμη εφαρμόζεται σε πλάκες με μεγάλο άνοιγμα και κατά τις δύο διευθύνσεις όποτε αντίστοιχα απαιτείται προένταση και κατά τις δύο διευθύνσεις. Χρησιμοποιείται σε κελύφη.

- **Τριαζονική προένταση**

Ειδικές κατασκευές.

## 4. Μέθοδοι ανάλυσης δομικών στοιχείων με προένταση

### 4.1. Μέθοδος συνδυασμού εντατικών καταστάσεων

Γίνεται συνδυασμός των εντατικών καταστάσεων και υπολογίζεται η διανομή των τάσεων στις κρίσιμες διατομές. Στις συνηθισμένες περιπτώσεις των προεντεταμένων δοκών με πλήρη προένταση οι διατομές παραμένουν αρηγμάτωτες υπό τα φορτία λειτουργίας και άρα οι αναλύσεις και οι ελεγχοί των διατομών γίνονται σε επίπεδο τάσεων με τις σχέσεις της αρηγμάτωτης διατομής της Μηχανικής. Παραδείγματα ανάλυσης δοκών με συνδυασμό εντατικών καταστάσεων παρουσιάζονται στα σχ. 1, 3 και 5, ενώ παραδείγματα αναλύσεως των διατομών στα σχ. 2, 4 και 6.

### 4.2. Μέθοδος των αντιφορτίων

Η μέθοδος αυτή συνιστάται κυρίως για τον *έλεγχο των παραμορφώσεων* (βελών κάμψης) δοκών και τον σχεδιασμό *υπερστατικών προεντεταμένων δοκών*. Ο τένοντας λόγω των δυνάμεων εκτροπής δημιουργεί εσωτερικές τάσεις (προς τα άνω στα ανοίγματα) για τις οποίες είναι δυνατό να γίνει η θεώρηση ότι πρόκειται για εξωτερικά φορτία τα οποία καλούνται *αντιφορτία*.

*Τα αντιφορτία είναι νοητές εξωτερικές φορτίσεις που προκαλούν ακριβώς τη φόρτιση που προκαλεί ο τένοντας στο σκυρόδεμα* Είναι προφανές ότι η μορφή και η τιμή των αντιφορτίων εξαρτάται από την τροχιά του τένοντα και την τιμή της δύναμης προέντασης. Στο κεφάλαιο 13 "Η μέθοδος των αντιφορτίων" αναλύεται ο υπολογισμός των αντιφορτίων και ο τρόπος που χρησιμο-

ποιούνται για τον υπολογισμό της έντασης που προκαλεί η προένταση στους βασικούς υπερστατικούς φορείς.

## 5. Υλικά και μέσα προέντασης

### 5.1. Υλικά

Τα βασικά υλικά για την υλοποίηση του προεντεταμένου σκυροδέματος είναι:

- Σκυρόδεμα (αυστηρών απαιτήσεων).
- Χάλυβες προεντάσεως που περιλαμβάνουν ράβδους (bars), σύρματα (wires), συρματόσχοινα (strands) και καλώδια. Για τους χάλυβες προέντασης γίνεται ιδιαίτερη εκτεταμένη αναφορά στο επόμενο κεφάλαιο "Χάλυβες προέντασης".



Σχ. 7 Συρματόσχοινο προεντάσεως με επτά σύρματα



• Χάλυβες χαλαρού οπλισμού. Οι χαλαροί χάλυβες πάντοτε συνυπάρχουν στα προεντεταμένα στοιχεία και χρησιμοποιούνται ως διαμήκεις οπλισμοί και ως συνδετήρες. Στην περίπτωση της πλήρους προέντασης οι διαμήκεις οπλισμοί *δεν είναι οι κύριοι οπλισμοί* δεδομένου ότι ως οπλισμός αντοχής (κύριος οπλισμός) θεωρείται ο τένοντας. Στην ειδική περίπτωση της *μερικής προέντασης* είναι μαζί με τον τένοντα κύριο οπλισμού δηλαδή οπλισμοί αντοχής και η διατομή θεωρείται ρηγματωμένη.

• Τσιμεντένεμα. Είναι το υλικό που εισπιέζεται μέσα στους σωλήνες προέντασης μετά την επιβολή της προέντασης με σκοπό να αποκατασταθεί η συνάφεια μεταξύ των τενόντων και του περιβάλλοντος σκυροδέματος.

## 5.2. Μέσα εφαρμογής της προέντασης

Τα βασικά μέσα για την εφαρμογή της προέντασης περιλαμβάνουν:

- **Σωλήνες προέντασης.** Είναι οι σωλήνες καθοδηγήσεως των τενόντων στη συνήθη περίπτωση επιβολής της προέντασης μετά την σκλήρυνση του σκυροδέματος (σχ. 8).



Σχ.8 **Σωλήνας προέντασης.** Φαίνονται οι εσωτερικές και εξωτερικές αυλακώσεις για τη δημιουργία συνθηκών καλής συνάφειας μετά την τσιμεντένεση.

Οι τένοντες προέντασης είναι εγκιβωτισμένοι μέσα σε ανάγλυφους σωλήνες προέντασης από χαλυβδόφυλλα ψυχρής έλασης (σχ. 8) οι οποίοι μερικές φορές είναι γαλβανισμένοι ανάλογα με τις απαιτήσεις του έργου. Το πάχος των σωλήνων είναι συνήθως 0.3 mm ή 0.5 mm. Οι σωλήνες προμηθεύονται σε μήκη 4 - 6 m και συνδέονται μεταξύ τους στο εργοτάξιο. Μετά την επιβολή της προέντασης εισπιέζεται στους σωλήνες προέντασης ένεμα με ειδική τσιμεντοκονία ή άλλο αντισκωριακό υλικό ώστε οι τένοντες να αποκτήσουν συνάφεια με το σκυρόδεμα και να ενσωματωθούν πλήρως με αυτό. Σε ορισμένες περιπτώσεις για βέλτιστη αντισκωριακή προστασία είναι δυνατή η χρήση σωλήνων από πολυαιθυλένιο.

Με σκοπό να κινούνται εύκολα οι τένοντες μέσα στους σωλήνες προέντασης πρέπει η διάμετρος των σωλήνων να είναι αρκετά μεγαλύτερη από εκείνη των συρματόσχοινων που περιέχουν. **Ενδεικτικά** αναφέρονται παρακάτω οι τιμές για τις εσωτερικές διαμέτρους  $D_\sigma$  των σωλήνων προέντασης που συνιστώνται κατά το σύστημα MK4:

<b>Για συρματόσχοινα 0.5" (13 mm) αντοχής S1770/1860</b>		<b>Για συρματόσχοινα 0.6" (15 mm) αντοχής S1670/1770</b>	
Αριθμός συρμάτων	$D_\sigma$ (mm)	Αριθμός συρμάτων	$D_\sigma$ (mm)
έως 7	51	έως 5	51
8 ή 9	62	6 ή 7	62
10 έως 15	72	8 ή 9	72
16 έως 19	85	10, 11, 12	85
20, 21, 22	90	13, 14, 15	90
23 έως 27	100	16 έως 19	100
28 έως 35	110	20 έως 24	110
		25 έως 31	120
		32 έως 37	130

- **Αγκυρώσεις.** Οι μηχανικές αγκυρώσεις των τενόντων χρησιμοποιούνται στην συνήθη περίπτωση επιβολής της προέντασης μετά την σκλήρυνση του σκυροδέματος και διακρίνονται σε:

- ***Ενεργές αγκυρώσεις.***

Είναι οι αγκυρώσεις που επιτρέπουν την τάνυση των τενόντων και εξασφαλίζουν αμέσως μετά την ασφαλή αγκύρωσή τους. Είναι κατασκευασμένες έτσι ώστε να διευκολύνουν τη μεταφορά της δύναμης προέντασης στον τένοντα από τους γρύλλους κατά τη διάρκεια της τάνυσης.

Συνήθως η αγκύρωση επιτυγχάνεται με σφήνες (σχ. 9) οι οποίες συγκρατούν τον τένοντα. Κατά τη διάρκεια την ενσφήνωσης του τένοντα με την σφήνα (σχ. 9β) μικρό μέρος την παραμόρφωσης του τένοντα χάνεται διότι ο τένοντας ολισθαίνει μέσα στην σφήνα μέχρι να εξασφαλισθεί η πλήρης ενσφήνωση και αγκύρωσή του. Η μικρή ολίσθηση που προκαλεί την μείωση της εφελκυστικής παραμόρφωσης έχει ως τελικό αποτέλεσμα την τοπική μείωση

της δύναμης προέντασης. Η μείωση αυτή γίνεται αμέσως μετά την αγκύρωση και ανήκει στις άμεσες ή στιγμιαίες απώλειες προέντασης.



α. Συρματόσχοινο τοποθετημένο μέσα στην σφήνα σύσφιξης



β. Συρματόσχοινο και σφήνα τοποθετούνται μέσα στην αγκύρωση

Σχ. 9 Ενεργός αγκύρωση ενός συρματόσχοινου (σύστημα MK4)



Πριν από την σφήνωση

Μετά από την σφήνωση

α. Ενεργός πολλαπλή αγκύρωση *τεσσάρων συρματόσχοινων*



Πριν από την σφήνωση

Μετά από την σφήνωση

β. Ενεργός πολλαπλή αγκύρωση *επτά συρματόσχοινων*

Σχ. 10 Ενεργές πολλαπλές αγκυρώσεις συρματόσχοινων με σφήνες. Φαίνεται το πρόσθιο μέρος της αγκύρωσης ενώ το οπίσθιο (τρομπέτα) είναι εγκιβωτισμένο μέσα στο σκυρόδεμα.

Οι ενεργές αγκυρώσεις περιλαμβάνουν ένα μεταλλικό τμήμα (τρομπέτα) το πίσω τμήμα του οποίου ενσωματώνεται στο σκυρόδεμα. Στο σχ. 11 φαίνεται η τρομπέτα ενεργού αγκύρωσης (σύστημα MK4). Στο πίσω τμήμα της τρομπέτας ενώνεται ο σωλήνας προέντασης μέσα στον οποίο τρέχουν τα συρματόσχοινα. Στο πρόσθιο τμήμα της προσαρμόζεται το σύστημα με τα σφηνάκια σύσφιξης. Στο πρόσθιο τμήμα διακρίνεται και η οπή (σχ. 11a) από την οποία γίνεται η τσιμεντένεση στη τελική φάση με σκοπό την αποκατάσταση της συνάφειας μεταξύ του τένοντα και του σκυροδέματος αλλά και την προστασία του τένοντα από την διάβρωση.



Πλάγια όψη



Πρόσθια όψη

- α. Οπίσθιο μέρος ενεργού αγκύρωσης (τρομπέτα). Το τμήμα αυτό είναι ενσωματωμένο στο σκυρόδεμα. Με το **κόκκινο βέλος** σημειώνεται η οπή από την οποία εισάγεται το τσιμεντένεμα στο σωλήνα προέντασης.



- β. Διακρίνονται από αριστερά ο σωλήνας προέντασης, το οπίσθιο μέρος της αγκύρωσης (τρομπέτα) που μαζί με τον σωλήνα είναι ενσωματωμένα στο σκυρόδεμα, η πλάκα αγκύρωσης με τέσσερες θέσεις αγκύρωσης, η σφήνα και το συρματόσχοινο σε μια θέση αγκύρωσης. Με το **κόκκινο βέλος** σημειώνεται η οπή από την οποία εισάγεται το τσιμεντένεμα στο σωλήνα προέντασης.

Σχ. 11 Ενεργή πολλαπλή αγκυρώση συρματόσχοινων με σφήνες. Φαίνεται το οπίσθιο μέρος (τρομπέτα) που ενσωματώνεται στο σκυρόδεμα και το πρόσθιο μέρος της αγκύρωσης.



α. Τρεις **σωλήνες προέντασης** μέσα σε δοκό όπως βγαίνουν στην ακραία διατομή πριν από την τοποθέτηση των αγκυρώσεων και πριν από την σκυροδέτηση

β. Μετά την τοποθέτηση των τριών αγκυρώσεων και την σκυροδέτηση. Χρησιμοποιούνται τένοντες των 15 συρματόσχοινων. Πρόκειται για **ενεργές αγκυρώσεις** (σύστημα MK4).

Οπή για τη τσιμεντένεση



γ. Λεπτομέρεια μεσαίας αγκυρώσεως. Φαίνεται η οπή για τη τσιμεντένεση

Σχ. 12 Δοκός με τρεις τένοντες. Φαίνονται (α) οι σωλήνες προέντασης (β) οι ενεργές αγκυρώσεις μετά την σκυροδέτηση και (γ) λεπτομέρεια αγκύρωσης.

Στο σχ. 12 φαίνεται δοκός με τρεις τένοντες. Ειδικά στο σχ. 12α διακρίνονται οι σωλήνες προέντασης όπως βγαίνουν στην ακραία διατομή πριν από την τοποθέτηση των αγκυρώσεων και πριν από την σκυροδέτηση. Στο σχ. 12β φαίνονται οι αγκυρώσεις μετά την τοποθέτηση τους και την ενσωμάτωση



Σχ. 13 Ενεργές αγκυρώσεις σε πλάκα γέφυρας στην οποία εφαρμόζεται πολλαπλή προένταση



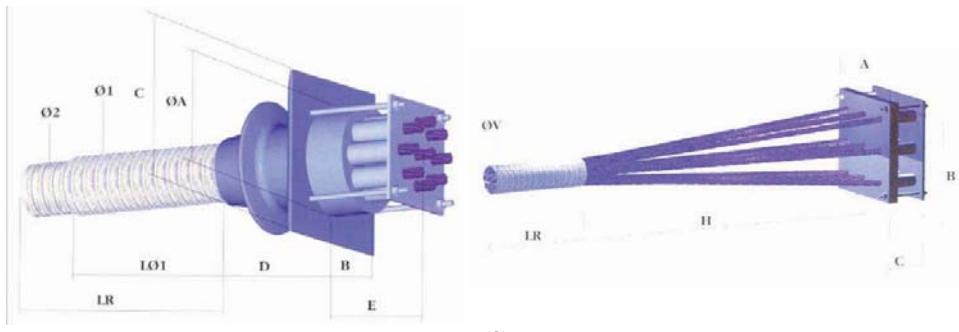
Σχ. 14 Αγκύρωση δύο συρματόσχοινων ταυτόχρονα με γρύλλο ο οποίος τοποθετείται με την βοήθεια γερανού. Η προένταση με αγκύρια στο έδαφος εφαρμόζεται για την στερέωση τοίχου αντιστήριξης στον πόδα πρανούς

τους στο σκυρόδεμα. Χρησιμοποιούνται **ενεργές αγκυρώσεις** (σύστημα MK4) η κάθε μια από τις οποίες συγκρατεί τένοντες των 15 συρματόσχοινων (σχ. 12γ).

Στο σχ. 13 φαίνονται οι ενεργές αγκυρώσεις των τενόντων πλάκας που αποτελεί μέρος γέφυρας. Τέλος στο σχ. 14 φαίνεται η χρήση γρύλλου για την ταυτόχρονη τάνυση δύο συρματόσχοινων. Ο γρύλλος τοποθετείται στη θέση του με τη βοήθεια γερανού. Πρόκειται για προένταση με αγκύρια στο έδαφος που εφαρμόζεται για την στερέωση τοίχου αντιστήριξης στον πόδα πρανούς.

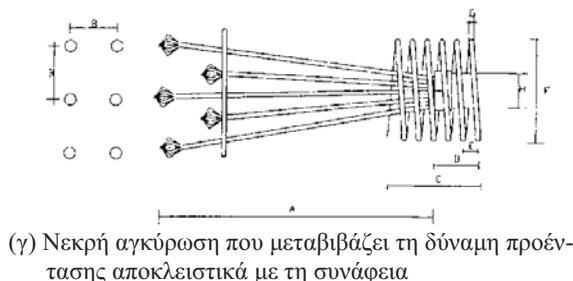
#### *– Νεκρές αγκυρώσεις*

Είναι οι αγκυρώσεις που χρησιμοποιούνται μόνο για την αγκύρωση των τενόντων χωρίς όμως να επιτρέπουν και την τάνυση τους. Αυτές χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις που οι αγκυρώσεις πρέπει να εγκιβωτισθούν μέσα στο σκυρόδεμα ή όταν οι θέσεις που θα τοποθετηθούν δεν είναι προσπελάσιμες.



(α) Νεκρή αγκύρωση με σφηνάκια

(β) Νεκρή αγκύρωση με σφηνάκια και συνάφεια



(γ) Νεκρή αγκύρωση που μεταβιβάζει τη δύναμη προέτασης αποκλειστικά με τη συνάφεια

Σχ. 15 Νεκρές αγκυρώσεις πολλών συρματόσχοινων (σύστημα προέντασης MK4). Οι νεκρές αγκυρώσεις εγκιβωτίζονται μέσα στο σκυρόδεμα.

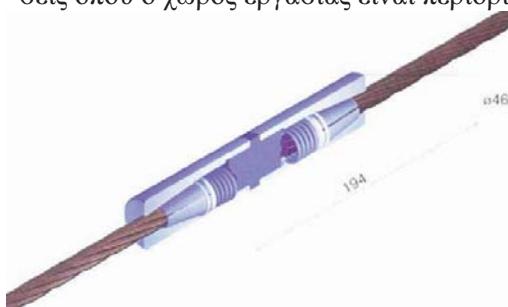
Υπάρχουν διάφοροι τύποι νεκρών αγκυρώσεων. Διακρίνονται νεκρές αγκυρώσεις στις οποίες η αγκύρωση βασίζεται εξ ολοκλήρου στα σφηνάκια σύσφιξης (σχ. 15α), αγκυρώσεις στις οποίες η μεταβίβαση της δύναμης του τένοντα γίνεται κατά ένα μέρος και με την συνάφεια (σχ. 15β) και τέλος αγκυρώσεις στις οποίες η μεταβίβαση της δύναμης προέντασης γίνεται αποκλειστικά με την συνάφεια.

- Συστήματα επιμηκύνσεως του τένοντα (μούφες).

Όταν δεν είναι δυνατή η τοποθέτηση ενός μονοκόμματου τένοντα είτε λόγω του εκτεταμένου του μήκους είτε λόγω της μεθόδου κατασκευής που χρησιμοποιείται για τον φέροντα οργανισμό τότε είναι αναγκαία η χρήση επιμηκυντήρων.

Με τον επιμηκυντήρα επιτυγχάνεται σε μία πρώτη φάση η τάνυση και αγκύρωση τμήματος του τένοντα και κατόπιν σε δεύτερη φάση προσαρμόζεται σε αυτόν και επόμενο τμήμα του τένοντα ώστε τελικώς να καλυφθεί όλο το άνοιγμα.

Συνήθως οι επιμηκυντήρες έχουν την δυνατότητα να επιμηκύνουν πολλά συρματόσχοινα ταυτόχρονα. Υπάρχουν όμως και ειδικοί επιμηκυντήρες για ένα μόνο συρματόσχοινο (σχ. 16) οι οποίοι χρησιμοποιούνται για περιπτώσεις όπου ο χώρος εργασίας είναι περιορισμένος.



Σχ. 16 Επιμηκυντήρας (μούφα) για ένα συρματόσχοινο (σύστημα MK4)

Για την επιβολή της προέντασης επιπλέον απαιτείται και η χρήση ειδικού εξοπλισμού όπως:

- Γρύλλοι και αντλίες προέντασης.

Ειδικές συσκευές που εκτελούν την τάνυση των τενόντων και την αγκύρωσή τους αμέσως μετά με τη χρήση σφηνών. Υπάρχουν γρύλλοι για την τάνυση μεμονωμένων συρματόσχοινων και γρύλλοι για την ταυτόχρονη τάνυση

πολλών συρματόσχοινων ταυτόχρονα. Οι πρώτοι είναι ελαφροί και κινούνται χωρίς την χρήση γερανού ενώ οι δεύτεροι απαιτούν τη βοήθεια γερανού.

- Κλίνες προέντασης

Οι κλίνες προέντασης χρησιμοποιούνται μόνο στην ειδική περίπτωση της επιβολής της προέντασης πριν από την έγχυση του σκυροδέματος. Βρίσκουνται εφαρμογή κυρίως για την παραγωγή προκατασκευασμένων δοκών.

### 5.3. Συστήματα προέντασης

Τα μέσα εφαρμογής της προέντασης κατασκευάζονται από ειδικές εταιρείες και πρέπει για την επιτυχή εφαρμογή της να χρησιμοποιούνται κάθε φορά μέσα εφαρμογής συμβατά μεταξύ τους. Προς το σκοπό αυτό κάθε εταιρεία που παράγει μέσα εφαρμογής προέντασης παράγει ένα ολοκληρωμένο σύνολο εξαρτημάτων και εξοπλισμού εφαρμογής που ονομάζεται σύστημα προέντασης και περιλαμβάνει ιδιαίτερες οδηγίες και τεχνικά χαρακτηριστικά.

Διεθνώς υπάρχει μεγάλος αριθμός συστημάτων προέντασης, μεταξύ αυτών πολύ γνωστά είναι τα συστήματα:

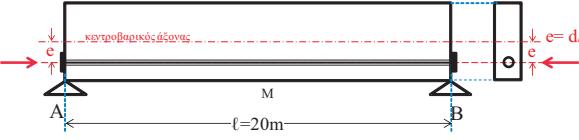
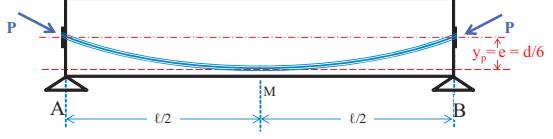
- Freyssinet (Γαλλικό)
- MeKano 4 (MK4) (Ισπανικό)
- BBRV (Ελβετικό)
- Leoba (Γερμανικό)
- DYVIDAG (Γερμανικό)
- CCL (Αγγλικό)
- Morandi (Ιταλικό)
- Magnel-Blaton (Γαλλικό)

Στα παραπάνω συστήματα η αγκύρωση γίνεται με σφήνες εκτός από τα συστήματα DYVIDAG στο οποίο γίνεται με κοχλίες και BBRV στο οποίο γίνεται με ειδικό τρόπο.

## 6. Εφαρμογή Α

Προένταση σε αμφιέρειστη δοκό με ευθύγραμμο και με παραβολικό τένοντα

Για τις αμφιέρειστες δοκούς των σχημάτων α, β και γ ζητείται να εκτιμηθεί η δύναμη προέντασης  $P$  ώστε οι εφελκυστικές τάσεις να είναι μηδενικές. Να υπολογισθεί σε αυτή τη περίπτωση η εντατική κατάσταση για  $g+P$  στις διατομές A και M. Να ληφθεί υπόψη μόνο το ίδιον βάρος των δοκών. Οι δοκοί έχουν ορθογωνική διατομή  $b/d = 30/100$  cm και άνοιγμα  $\ell = 20$  m.

	<p><b>Σχ. β</b> Αμφιέρειστη προεντεταμένη δοκός με ευθύγραμμο τένοντα και εκκεντρότητα <math>e=d/6</math></p>
	<p><b>Σχ. γ</b> Αμφιέρειστη προεντεταμένη δοκός με παραβολική τροχιά τένοντα. Το βέλος της παραβολής στο μέσον είναι <math>y_p=d/6</math></p>

• **Δύναμη προέντασης** ώστε οι εφελκυστικές τάσεις να είναι 0.

Τδιον βάρος δοκού  $g = 0.30 \cdot 1.00 \cdot 25 = 7.5$  kN/m

### Δοκός α

Τάσεις στη μεσαία διατομή κάτω

$$\text{Από προένταση} \quad \sigma_{1P} = -P/A_c = -P/bd$$

$$\text{Από ίδιο βάρος} \quad M_g = g \cdot \ell^2/8, \quad \sigma_{1g} = M/W_1, \quad W_1 = bd^2/6$$

και  $\sigma_{1g} = g \cdot \ell^2/8W_1 = 3g\ell^2/(4bd^2)$

για να είναι μηδενικές οι τάσεις πρέπει

$$\sigma_{1P} + \sigma_{1g} = 0 \rightarrow -P/bd + 3g\ell^2/(4bd^2) = 0 \rightarrow P = 3g\ell^2/(4d)$$

και άρα

$$P = 3 \cdot 7.5 \cdot 20^2 / (4 \cdot 1.0) = 2250 \text{ kN}$$

### Δοκός β

Τάσεις στη μεσαία διατομή κάτω

$$\text{Από προένταση } \sigma_{1P} = -P/A_c - P \cdot e/W_1 = -P/bd - P \cdot e/(bd^2/6) \rightarrow$$

$$\text{και για } e=d/6 \quad \sigma_{1P} = -P/bd - P/bd = -2P/bd$$

$$\text{Από ίδιο βάρος } M_g = g \ell^2/8, \quad \sigma_{1g} = M/W_1, \quad W_1 = bd^2/6$$

$$\text{και } \sigma_{1g} = g \ell^2/8W_1 = 3g\ell^2/(4bd^2)$$

για να είναι μηδενικές οι τάσεις πρέπει

$$\sigma_{1P} + \sigma_{1g} = 0 \rightarrow -2P/bd + 3g\ell^2/(4bd^2) = 0 \rightarrow P = 3g\ell^2/(8d)$$

$$\text{και άρα } P = 3 \cdot 7.5 \cdot 20^2 / (8 \cdot 1.0) = 1125 \text{ kN}$$

### Δοκός γ

Τάσεις στη μεσαία διατομή κάτω

$$\text{Από προένταση } \sigma_{1P} = -P/A_c - P \cdot e/W_1 = -P/bd - P \cdot e/(bd^2/6) \rightarrow$$

$$\text{και για } e=d/6 \quad \sigma_{1P} = -P/bd - P/bd = -2P/bd$$

$$\text{Από ίδιο βάρος } M_g = g \ell^2/8, \quad \sigma_{1g} = M/W_1, \quad W_1 = bd^2/6$$

$$\text{και } \sigma_{1g} = g \ell^2/8W_1 = 3g\ell^2/(4bd^2)$$

για να είναι μηδενικές οι τάσεις πρέπει

$$\sigma_{1P} + \sigma_{1g} = 0 \rightarrow -2P/bd + 3g\ell^2/(4bd^2) = 0 \rightarrow P = 3g\ell^2/(8d)$$

και άρα

$$P = 3 \cdot 7.5 \cdot 20^2 / (8 \cdot 1.0) = 1125 \text{ kN}$$

- **Τάσεις στις διατομές A και M** για τις δυνάμεις προέντασης που έχουν υπολογισθεί στο προηγούμενο ερώτημα.

### Δοκός α

#### • Διατομή A

$$\text{Ομοιόμορφη κατανομή } \sigma_p = -P/A_c = -2.250 \text{ MN} / (0.30 \cdot 1.0) = -7.50 \text{ MPa}$$

#### • Διατομή M

Κάτω από το προηγούμενο ερώτημα προκύπτει  $\sigma_{1P} + \sigma_{1g} = 0$

Άνω  $\sigma_{2P} + \sigma_{2g}$

$$\sigma_{2P} = -P/bd = -7.50 \text{ MPa}$$

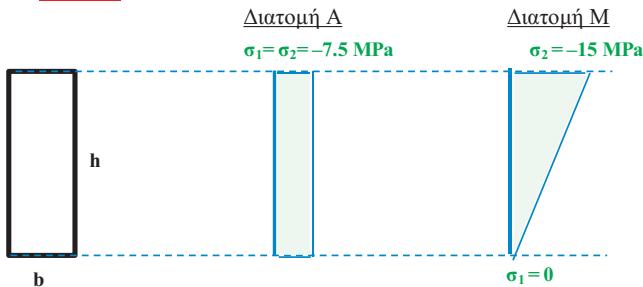
$$\sigma_{2g} = -g \ell^2/8W_2 = -3g\ell^2/(4bd^2) \text{ και επειδή } P = 3g\ell^2/(4d) \text{ προκύπτει}$$

$$\sigma_{2g} = -P/bd = -7.50 \text{ MPa}$$

άρα

$$\text{άνω } \sigma_{2P} + \sigma_{2g} = 2 \cdot (-7.5) = -15 \text{ MPa}$$

### Δοκός α



### Δοκός β

#### • Διατομή A

##### Κάτω $\sigma_{1P} + \sigma_{1g}$

$$\sigma_{1P} = -P/bd - Pe/W_1 \text{ και επειδή } e=d/6, W_1=bd^2/6$$

$$\text{προκύπτει } \sigma_{1P} = -2P/bd = -15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{1g} = 0 \quad (\text{στη στήριξη } M_g = 0)$$

$$\text{άρα } \sigma_{1P} + \sigma_{1g} = -15 \text{ MPa}$$

##### Άνω $\sigma_{2P} + \sigma_{2g}$

$$\sigma_{2P} = -P/bd + Pe/W_2 \text{ και επειδή } e=d/6, W_2=bd^2/6 \text{ προκύπτει } \sigma_{2P} = 0$$

$$\sigma_{2g} = 0 \quad (\text{στη στήριξη } M_g = 0)$$

$$\text{άρα } \sigma_{2P} + \sigma_{2g} = 0$$

#### • Διατομή M

##### Κάτω $\sigma_{1P} + \sigma_{1g}$

$$\sigma_{1P} = -P/bd - Pe/W_1 \text{ και επειδή } e=d/6, W_1=bd^2/6 \text{ προκύπτει}$$

$$\sigma_{1P} = -2P/bd$$

$$\sigma_{1g} = +g \ell^2/8W_1 = +3g\ell^2/(4bd^2) \text{ και επειδή } P = 3g\ell^2/(8d) \text{ προκύπτει}$$

$$\sigma_{1g} = +2P/bd$$

$$\text{άρα } \sigma_{1P} + \sigma_{1g} = -2P/bd + 2P/bd = 0$$

##### Άνω $\sigma_{2P} + \sigma_{2g}$

$$\sigma_{2P} = -P/bd + Pe/W_2 \text{ και επειδή } e=d/6, W_2=bd^2/6 \text{ προκύπτει } Pe/W_2 = P/bd$$

και άρα

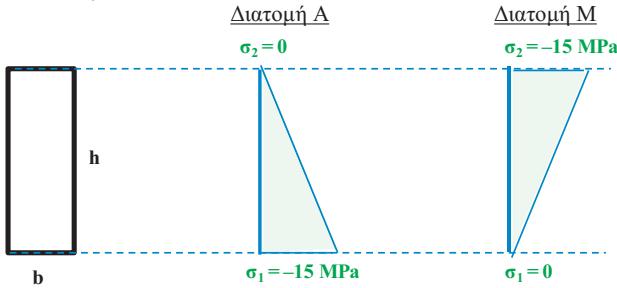
$$\sigma_{2P} = 0$$

$$\sigma_{2g} = -g \ell^2/8W_2 = -3g\ell^2/(4bd^2) \text{ και επειδή } P=3g\ell^2/(8d) \text{ προκύπτει}$$

$$\sigma_{2g} = -2P/bd$$

$$\text{άρα άνω } \sigma_{2P} + \sigma_{2g} = 2 \cdot (-7.5) = -15 \text{ MPa}$$

### Δοκός β



### Δοκός γ

#### • Διατομή A

Ομοιόμορφη κατανομή  $\sigma_p = -P/A_c = -2.250\text{MN}/(0.30 \cdot 1.0) = -7.50 \text{ MPa}$

#### • Διατομή M

Κάτω  $\sigma_{1p} + \sigma_{1g}$

$\sigma_{1p} = -P/bd - Pe/W_1$  και επειδή  $e=d/6$ ,  $W_1=bd^2/6$  προκύπτει  $\sigma_{1p} = -2P/bd$

$\sigma_{1g} = +g \ell^2/8W_1 = +3g\ell^2/(4bd^2)$  και επειδή  $P = 3g\ell^2/(8d)$  προκύπτει  $\sigma_{1g} = +2P/bd$

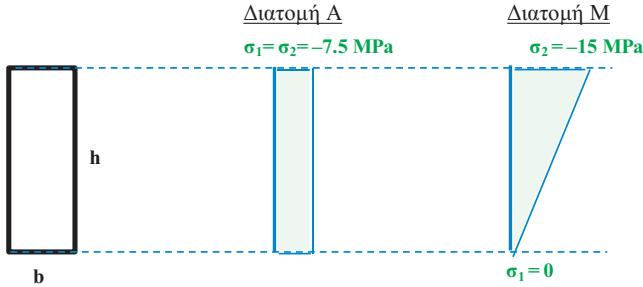
άρα  $\sigma_{1p} + \sigma_{1g} = -2P/bd + 2P/bd = 0$

Άνω  $\sigma_{2p} + \sigma_{2g}$

$\sigma_{2p} = -P/bd + Pe/W_2$  και επειδή  $e=d/6$ ,  $W_2=bd^2/6$  προκύπτει  $\sigma_{2p} = 0$

$\sigma_{2g} = -g \ell^2/8W_2 = -3g\ell^2/(4bd^2)$  και επειδή  $P=3g\ell^2/(8d)$  προκύπτει  $\sigma_{2g} = -2P/bd$   
άρα άνω  $\sigma_{2p} + \sigma_{2g} = 2 \cdot (-7.5) = -15 \text{ MPa}$

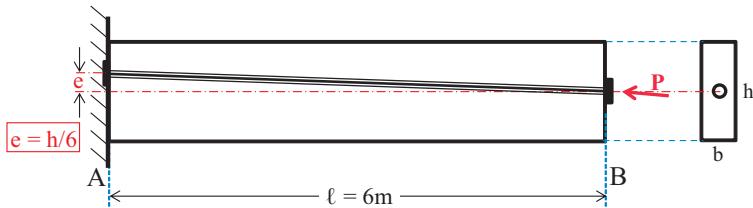
### Δοκός γ



## 7. Εφαρμογή Β

### Προένταση σε πρόβολο με ευθύγραμμο τένοντα

Σε πρόβολο μήκους 6 m επιβάλλεται προένταση με ευθύγραμμο τένοντα ο οποίος τοποθετείται όπως φαίνεται στο σχήμα α. Ο πρόβολος έχει ορθογωνική διατομή  $b/h$  με  $b = 0.3m$ , κατασκευάζεται από σκυρόδεμα C30 και φέρει συνολικό κατανεμημένο φορτίο  $g = 30 \text{ kN/m}$ .



Σχ. α Πρόβολος με ευθύγραμμο τένοντα ο οποίος στη διατομή της πάκτωσης έχει εκκεντρότητα  $e = h/6$

Πρόκειται να επιβληθεί πλήρης προένταση και ζητείται να εκτιμηθεί

- (α) η διάσταση  $h$  της διατομής,
- (β) η δύναμη προέντασης  $P$  καθώς και
- (γ) η κατανομή των τάσεων στις διατομές  $A$  και  $B$ ,
- (δ) τέλος για την  $h$  που έχει υπολογισθεί αν ανζηθεί η εκκεντρότητα  $e$  ώστε να υπάρχει συνολική επικάλυψη 10 cm πόση είναι η μικρότερη δύναμη προέντασης  $P$  που χρειάζεται ώστε να μην υπάρχει εφελκυσμός στην διατομή  $A$ , ποια είναι η κατανομή των τάσεων σε αυτή τη περίπτωση.

Σημειώνεται ότι η μέγιστη θλιπτική τάση που επιτρέπεται να αναπτυχθεί στο σκυρόδεμα κατά τον EC2 είναι  $0.6f_{ck}$ .

- Υπολογισμός τάσεων άνω και κάτω στην κρίσιμη διατομή  $A$

– Ροπή

$$M_A = g\ell^2/2 = 30 \cdot 6^2/2 = 540 \text{ kNm}$$

– Τάσεις κάτω

$$\sigma_{l,g+P} = -\frac{M_A}{W_l} - \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e}{W_l} = -\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{P}{bh} + \frac{Ph/6}{bh^2/6} = -\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{P}{bh} + \frac{P}{bh} \rightarrow$$

$$\sigma_{l,g+P} = -\frac{M_A}{bh^2/6} \quad \text{θλιπτική}$$

Σημειώνεται ότι η τάση κάτω σ<sub>l,g+p</sub> είναι ανεξάρτητη της προέντασης P επειδή η εκκεντρότητα έχει τη τιμή e = h/6

– Τάσεις άνω

$$\sigma_{2,g+p} = +\frac{M_A}{W_2} - \frac{P \cdot e}{A_c} - \frac{P \cdot e}{W_2} = +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{P}{bh} - \frac{Ph/6}{bh^2/6} = +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{P}{bh} - \frac{P}{bh} \rightarrow$$

$$\sigma_{2,g+p} = +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{2P}{bh}$$

### (α) Εκτίμηση της διάστασης h

Η θλιπτική τάση κάτω πρέπει να είναι μικρότερη από 0.6f<sub>ck</sub>:

$$|\sigma_{1,g+p}| = 0.6f_{ck}$$

και δεδομένου ότι  $\sigma_{1,g+p} = -\frac{M_A}{bh^2/6}$  και f<sub>ck</sub> = 30 MPa ισχύει ότι

$$\left| -\frac{M_A}{bh^2/6} \right| \leq 0.6 \cdot 30 = 18 \text{ MPa} \rightarrow M_A \leq \frac{18 \cdot bh^2}{6} \rightarrow h^2 \geq \frac{M_A}{3b} = \frac{0.540 \text{ MNm}}{3 \text{ MPa} \cdot 0.3 \text{ m}} = 0.6 \text{ m}^2$$

και τελικά  $h \geq 0.775 \text{ m}$

οπότε η μικρότερη κατάλληλη διατομή είναι 30/77.5 cm και

επιλέγεται τελικά b/h = 30/80 cm

### (β) Εκτίμηση της δύναμης προέντασης P

Εφόσον θα εφαρμοσθεί πλήρης προένταση πρέπει να μην αναπτυχθεί εφελκυσμός στην άνω παρειά. Άρα πρέπει να ισχύει η τάση άνω να είναι θλιπτική ή μηδέν:

$$\sigma_{2,g+p} \leq 0$$

και δεδομένου ότι  $\sigma_{2,g+p} = +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{2P}{bh}$  θα πρέπει να ισχύει

$$\sigma_{2,g+p} = +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{2P}{bh} \leq 0 \rightarrow +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{2P}{bh} \leq 0 \rightarrow \frac{2P}{bh} \geq \frac{M_A}{bh^2/6} \rightarrow P \geq \frac{3M_A}{h}$$

και άρα

$$P \geq \frac{3M_A}{h} = \frac{3 \cdot 0.540 \text{ MNm}}{0.8 \text{ m}} = 2.025 \text{ MN}$$

άρα αρκεί η δύναμη προέντασης να είναι  $P = 2025 \text{ kN}$

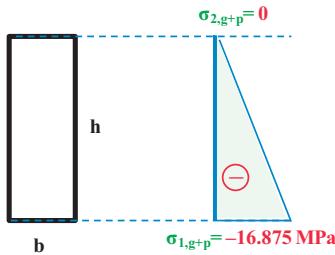
(γ) Κατανομή των τάσεων στις διατομές A και B

- Διατομή A

$$\sigma_{1,g+p} = -\frac{M_A}{bh^2/6} = -\frac{0.540 \text{ MNm}}{0.3 \cdot 0.8^2 / 6} = -16.875 \text{ MPa}$$

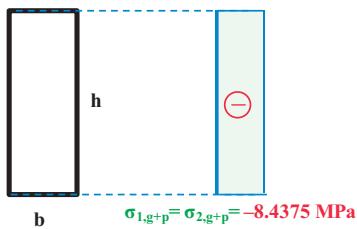
Από το προηγούμενο ζητούμενο προκύπτει ότι τα στοιχεία έχουν επιλεγεί έτσι ώστε να ισχύει  $\sigma_{2,g+p} = 0$ , πράγματι

$$\sigma_{2,g+p} = +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{2P}{bh} = 16.875 - 16.875 = 0$$



- Διατομή B

$$\sigma_{1,g+p} = \sigma_{2,g+p} = -\frac{P}{bh} = -8.4375 \text{ MPa}$$



(δ) Μέγιστη εκκεντρότητα  $e = h/2 - 10 \text{ cm} = 80/2 - 10 = 30 \text{ cm}$

Η τάση άνω πρέπει να είναι ίση με 0, οπότε:

$$\sigma_{2,g+p} = +\frac{M_A}{W_2} - \frac{P}{A_c} - \frac{P \cdot e}{W_2} = 0 \rightarrow +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{P}{bh} - \frac{P \cdot e}{bh^2/6} = 0 \rightarrow P \left( 1 + \frac{6 \cdot e}{h} \right) = \frac{6 \cdot M_A}{h} \rightarrow$$

$$P = \frac{6M_A}{h + 6e} = \frac{6 \cdot 0.540}{0.80 + 6 \cdot 0.30} = 1.24615 \text{ MN}$$

άρα στη περίπτωση που η εκκεντρότητα πάρει τη μέγιστη δυνατή τιμή δηλαδή  $e = 0.30m$  η δύναμη προένταση λαμβάνει τη μικρότερη τιμή που είναι είναι  $P = 1246,15 \text{ kN}$

Η κατανομή των τάσεων στις διατομές για:  $P = 1246,15 \text{ kN}$

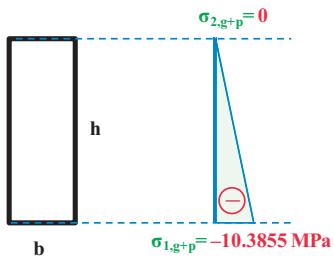
– Διατομή A

$$W_1 = W_2 = bh^2 / 6 = 0.3 \cdot 0.8^2 / 6 = 0.032 \text{ m}^3$$

$$\sigma_{1,g+p} = -\frac{M_A}{W_1} - \frac{P}{A_c} + \frac{P \cdot e}{W_1} = -\frac{0.540}{0.032} - \frac{1.24615}{0.3 \cdot 0.8} + \frac{1.24615 \cdot 0.3}{0.032} = -10.385 \text{ MPa}$$

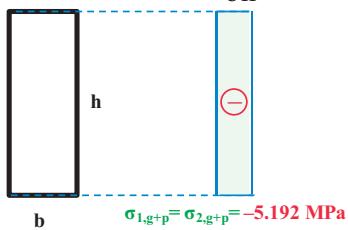
Από το προηγούμενο ζητούμενο προκύπτει ότι τα στοιχεία έχουν επιλεγεί έτσι ώστε να ισχύει  $\sigma_{2,g+p} = 0$ , πράγματι

$$\sigma_{2,g+p} = +\frac{M_A}{bh^2/6} - \frac{P}{bh} - \frac{P \cdot e}{bh^2/6} = 16.875 - 5.1923 - 11.6827 = 0$$



– Διατομή B

$$\sigma_{1,g+p} = \sigma_{2,g+p} = -\frac{P}{bh} = -5.192 \text{ MPa}$$



### Παρατήρηση

Η λύση με τη μέγιστη εκκεντρότητα  $e = 0.30m$  είναι η βέλτιστη διότι έτσι απαιτείται η μικρότερη  $P$  και διότι στη περίπτωση αυτή αναπτύσσονται οι μικρότερες τάσεις στις διατομές A και B.