Κεφάλαιο 2

ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΟΛΙΚΗΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ, ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

- Τι είναι ποιότητα και γιατί είναι σημαντική για κάθε επιχείρηση;
- Τι είναι διοίκηση ολικής ποιότητας;
- Τι σημαίνει στατιστικός έλεγχος ποιότητας;
- Τι είναι οι χάρτες ποιοτικού ελέγχου και σε τί χρησιμεύουν;
- Πότε λέμε ότι μια διαδικασία είναι ικανή; Πώς μετράται η ικανότητα μιας διαδικασίας;

Το κεφάλαιο αυτό δίνει μια εισαγωγή στη Διοίκηση Ολικής Ποιότητας (στην ενότητα 2.1) και στη συνέχεια ασχολείται με τον στατιστικό έλεγχο διαδικασίας και τους χάρτες ποιοτικού ελέγχου (στην ενότητα 2.2). Επίσης ορίζει την ικανότητα της διαδικασίας (δίνεται στην ενότητα 2.3) που αποφαίνεται αν μια διαδικασία είναι σε έλεγχο ή όχι. *Σημείωση*: Ορισμένα θέματα του κεφαλαίου αυτού έχουν αναφερθεί στο πρώτο εισαγωγικό κεφάλαιο, στην ενότητα 1.6.

2.1 Διοίκηση Ολικής Ποιότητας

Ποιότητα είναι η ικανότητα ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας να ικανοποιεί τις ανάγκες των πελατών. Η Αμερικανική Εταιρεία για την Ποιότητα ορίζει την ποιότητα ως τα συνολικά χαρακτηριστικά και τις ιδιότητες ενός προϊόντος ή μιας υπηρεσίας να ικανοποιεί συγκεκριμένες ανάγκες.

Τα δύο πιό γνωστά βραβεία ποιότητας είναι:

- *Το Ιαπωνικό βραβείο Deming*, από το όνομα του Αμερικανού επιστήμονα Dr. W. Edwards Deming.
- *Το Εθνικό βραβείο των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής, Malcolm Baldridge*, από το όνομα του τέως Αμερικανού υπουργού Εμπορίου.

ISO 9000 είναι ένα σύνολο προτύπων που αναπτύθηκαν από τον Διεθνή Οργανισμό για Προτυποποίηση (ISO) και είναι διεθνούς αναγνώρισης. Για την επιχειρηματική δραστηριοποίηση σε παγκόσμιο επίπεδο, είναι κρίσιμο να υπάρξει καταλογογράφηση στον κατάλογο ISO.

Κόστος της ποιότητας είναι το κόστος της παραγωγής ή παροχής ελαττωματικών προϊόντων ή υπηρεσιών, είναι η τιμή της μη - συμμόρφωσης με τις προδιαγραφές.

Υπάρχουν τέσσερις κατηγορίες κόστους που σχετίζονται με την ποιότητα:

- Κόστος πρόληψης
- Κόστος αξιολόγησης
- Κόστος εσωτερικής αποτυχίας
- Κόστος εξωτερικής αποτυχίας

Τέσσερις *ηγέτες-μέντορες (gurus) της ποιότητας* είναι ο W. Edwards Deming, ο Joseph Juran, ο Armand Feigenbaum, και ο Philip B. Crosby.

Διοίκηση Ολικής Ποιότητας (ΔΟΠ) είναι η διοίκηση ενός οργανισμού ώστε να υπερτερεί σε όλες τις πλευρές των προϊόντων και υπηρεσιών που είναι σημαντικές για τον πελάτη.

Επτά έννοιες για ένα αποτελεσματικό πρόγραμμα ΔΟΠ είναι οι εξής:

- *Συνεχής βελτίωση (kaizen)*, όπως το PDCA υπόδειγμα συνεχούς βελτίωσης που περιλαμβάνει τέσσερα στάδια: Plan (Σχεδίασε), Do (Ανάλυσε), Check (Άλλαξε), Act (Εφάρμοσε). Οι Γιαπωνέζοι χρησιμοποιούν τη λέξη *kaizen* για να περιγράψουν τη διαδικασία για συνεχή βελτίωση.

- *Έξι σίγμα (Six Sigma)*, ένα πρόγραμμα για εξοικονόμηση χρόνου, βελτίωση της ποιότητας και μείωση του κόστους. Στατιστικά το πρόγραμμα αυτό περιγράφει μια διαδικασία, ένα προϊόν ή μια υπηρεσία με μια εξαιρετικά μεγάλη ικανότητα - ακρίβεια 99,9997% ή 3,4 ελαττωματικά ανά εκατομμύριο. Ξεκίνησε από τη Motorola και έγινε γνωστή από την υιοθέτησή της από την εταιρεία General Electric στις ΗΠΑ.

- Ενδυνάμωση των εργαζομένων.

- Συγκριτική αξιολόγηση επιλέγοντας ένα υψηλό επίπεδο απόδοσης για μια διαδικασία ή μια δραστηριότητα.

- *Η φιλοσοφία Just-in-time (JIT)* περιλαμβάνει συνεχή βελτίωση και επίλυση των προβλημάτων παράγοντας ή παραδίδοντας προϊόντα όταν αυτά χρειάζονται.

- Έννοιες Taguchi, όπως *η συνάρτηση απώλειας της ποιότητας (Quality Loss Function, QLF)* που είναι μια μαθηματική συνάρτηση, η οποία προσδιορίζει όλα τα στοιχεία κόστους που σχετίζονται με τη φτωχή ποιότητα και δείχνει ότι αυτά τα στοιχεία κόστους αυξάνουν όσο η ποιότητα των προϊόντων απομακρύνεται από την επιθυμία του πελάτη με τις τεχνικές προδιαγραφές που τέθηκαν.

$$L = D^2 C$$

όπου:

$L =$ η απώλεια στην εταιρεία, στον πελάτη και στην κοινωνία.

$D^2 =$ το τετράγωνο της απόκλισης από την επιθυμητή τιμή.

$C =$ το κόστος της απόκλισης από το όριο των προδιαγραφών.

- *Γνώση των εργαλείων ΔΟΠ* τα οποία περιλαμβάνουν:

  1. Εργαλεία που γεννούν ιδέες, που είναι τα εξής τρία:

     Το φύλλο ελέγχου: Μια οργανωμένη μέθοδος για την καταγραφή των δεδομένων.

     Το διάγραμμα διασποράς: Ένα γράφημα της τιμής μιας μεταβλητής ως προς μια άλλη μεταβλητή.

     Το διάγραμμα αιτίου-αποτελέσματος ή διάγραμμα Ishikawa ή χάρτης - ψαροκόκκαλο: Ένα εργαλείο, μια σχηματική τεχνική, που προσδιορίζει τις αιτίες που προκαλούν ένα αποτέλεσμα με ποιοτικά προβλήματα.

  2. Εργαλεία για την οργάνωση των δεδομένων που είναι τα εξής δύο:

     Ο χάρτης Pareto: Ένα γράφημα, που προσδιορίζει και σκιαγραφεί προβλήματα ή ελαττώματα σε φθίνουσα σειρά εμφάνισης, ξεκινώντας από τα πιο κρίσιμα.

     Το διάγραμμα ροής ή διάγραμμα διαδικασίας: Ένας χάρτης, που περιγράφει τα βήματα μιας διαδικασίας.

  3. Εργαλεία για τον προσδιορισμό των προβλημάτων που είναι τα εξής δύο:

     Το ιστόγραμμα: Μια κατανομή, που δείχνει τη συχνότητα των εμφανίσεων μιας μεταβλητής.

     Ο χάρτης στατιστικού ελέγχου διαδικασίας: Ένας χάρτης με τον χρόνο στον οριζόντιο άξονα για τη γραφική αναπαράσταση των τιμών ενός μεγέθους με προκαθορισμένα όρια ελέγχου.

Στατιστικός έλεγχος διαδικασίας είναι μια διαδικασία που χρησιμοποιείται για τις μετρήσεις και τη λήψη διορθωτικών ενεργειών καθώς παράγεται ένα προϊόν ή μια υπηρεσία.

2.2 Στατιστικός Έλεγχος Διαδικασίας και Χάρτες Ελέγχου Ποιότητας

Στατιστικός έλεγχος διαδικασίας (Statistical process control, SPC) είναι η εφαρμογή στατιστικών τεχνικών για να διασφασισθεί, ότι οι διαδικασίες πληρούν ορισμένα standards. Μπορεί να γίνουν διορθωτικές ενέργειες ή και να σταματήσει η διαδικασία παραγωγής ενος προϊόντος ή μιας υπηρεσίας αν υπάρξει
πρόβλημα. Όλες οι διαδικασίες παραγωγής προϊόντων και υπηρεσιών υπόκεινται σε ένα βαθμό μεταβλητότητας. Οι αιτίες αυτής της μεταβλητότητας μπορεί να είναι κοινές ή ειδικές. Το 1920 ο Walter Shewhart στα Bell Labs ανέπτυξε τους *χάρτες ελέγχου ποιότητας*, ένα εργαλείο για να ξεχωρίσει τις δύο αυτές αιτίες. Είναι μια γραφική αναπαράσταση των δεδομένων της διαδικασίας συναρτήσει του χρόνου. Το πρώτο βήμα στο SPC είναι να ορισθούν τα δύο όρια ελέγχου, το πάνω και κάτω όριο, χρησιμοποιώντας διαφορετικές τεχνικές ανάλογα με το τι ελέγχεται: ιδιότητες ή μεταβλητές (δίνονται στις ενότητες 2.2.1 και 2.2.2, αντίστοιχα). Καθορίζοντας τα δύο αυτά όρια, ελέγχει κανείς αν η διαδικασία ξεφεύγει πάνω ή κάτω από τα δύα αυτά όρια και αναλαμβάνει ακόμη και να σταματήσει τη διαδικασία παραγωγής ή να κάνει κάποιες διορθωτικές ενέργειες.

2.2.1 Χάρτες ελέγχου ποιότητας για ιδιότητες

Οι ιδιότητες έχουν δύο καταστάσεις: 'καλό' και 'ελαττωματικό' προϊόν, για παράδειγμα. Υπάρχουν δύο τύποι χαρτών ελέγχου ποιότητας για ιδιότητες:*οι p-χάρτες ελέγχου* που μετρούν το ποσοστό των ελαττωματικών σε ένα δείγμα (δίνεται στην ενότητα 2.2.1) και *οι c-χάρτες ελέγχου* που μετρούν τον αριθμό των ελαττωμάτων ανά ελαττωματικό προϊόν (δίνεται στην ενότητα 2.2.1).

p-χάρτες ελέγχου

Η χρησιμοποίηση των *p-χαρτών ελέγχου ποιότητας* είναι ο καλύτερος τρόπος να ελέγξει κανείς τις ιδιότητες.

Μαθηματικό υπόβαθρο: Οι ιδιότητες που είναι σε δύο καταστάσεις ('καλό', ή 'κακό') ακολουθούν τη διωνυμική κατανομή. Στην πράξη όμως, όταν το μέγεθος των δειγμάτων είναι μεγάλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί η κανονική κατανομή που βασίζεται στο κεντρικό οριακό θεώρημα. Με απλά λόγια, ανεξάρτητα από τις κατανομές του πληθυσμού (ομοιόμορφη, κανονική, βήτα, κ.α.), η καθεμία με την δική της μέση τιμή (μ) και τυπική απόκλιση (σ), η κατανομή των δειγματικών μέσων πάντοτε προσεγγίζει την κανονική κατανομή, όταν ο αριθμός των δειγμάτων αυξάνει.

Για τους p-χάρτες ελέγχου, οι τύποι που δίνουν *το πάνω και κάτω όριο ελέγχου* είναι:

$$UCL_p = \overline{p} + z\sigma_{\hat{p}} \quad (2.1)$$

$$LCL_p = \overline{p} - z\sigma_{\hat{p}} \quad (2.2)$$

όπου:

$\overline{p}$ = το μέσο ποσοστό των ελαττωματικών στο δείγμα
n = το μέγεθος του δείγματος σε κάθε δείγμα
z = ο αριθμός των τυπικών αποκλίσεων
($z = 3$ για όρια 99.73% και $z = 2$ για όρια 95.45%)
$\sigma_{\hat{p}}$ = η τυπική απόκλιση της δειγματικής κατανομής

Η τυπική απόκλιση της κατανομής των 'ελαττωματικών' σε ένα δείγμα ($\sigma_{\hat{p}}$) δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} \quad (2.3)$$

Σημείωση: Σε περίπτωση που τα μεγέθη των δειγμάτων δεν είναι ίδια, τότε χρησιμοποιούνται άλλες τεχνικές.

Παράδειγμα 2-1: Ο διευθυντής παραγωγής σε ένα εργοστάσιο κατασκευής ελαστικών αυτοκινήτων έχει ελέγξει τον αριθμό των

ελαττωματικών ελαστικών σε 10 δείγματα με 20 ελαστικά σε κάθε δείγμα. Ο παρακάτω Πίνακας 2.1 δίνει τον αριθμό των ελαττωματικών ελαστικών που βρήκε σε κάθε δείγμα.

Πίνακας 2.1: Δεδομένα για το εργοστάσιο των ελαστικών.

Δείγμα	# ελαττωματικών	Ποσοστό ελαττωματικών
1	3	0,15
2	2	0,10
3	1	0,05
4	2	0,10
5	1	0,05
6	3	0,15
7	3	0,15
8	2	0,10
9	1	0,05
10	2	0,10

Κατασκευάστε έναν p-χάρτη ελέγχου για τα δεδομένα αυτά.

Επίλυση:

Η κεντρική γραμμή του p-χάρτη είναι η μέση τιμή του ποσοστού των ελαττωματικών ελαστικών:

$$\begin{aligned}
\overline{p} &= \frac{\text{συνολικός αριθμός ελαττωματικών ελαστικών}}{\text{συνολικός αριθμός παρατηρήσεων}} \\
&= \frac{20}{200} = 0,10 \\
\sigma_{\hat{p}} &= \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} = \sqrt{\frac{(0,10)(0,90)}{10}} = 0,067 \\
UCL_p &= \overline{p} + z\sigma_{\hat{p}} = 0,10 + 3(0,067) = 0,301 \\
LCL_p &= \overline{p} - z\sigma_{\hat{p}} = 0,10 - 3(0,067) = -0,101 \to 0
\end{aligned}$$

Επειδή δεν μπορεί το κάτω όριο να είναι αρνητικό, το βάζουμε ίσο με μηδέν.

Στα Σχήματα 2.1, 2.2, και 2.3, δίνονται η επίλυση του Παραδείγματος 2-1 στο Excel, η επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel και η κατασκευή του *p*-χάρτη ελέγχου ποιότητας, αντίστοιχα.

Τιμή z	3
σ	0.067

ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ ΤΟΥ ΜΗΔΕΝΟΣ

Δείγμα	# ελαττωματικών	# παρατηρήσεων	% ελαττωματικών	CL	UCL	LCL
1	3	20	0.15	0.100	0.301	0
2	2	20	0.10	0.100	0.301	0
3	1	20	0.05	0.100	0.301	0
4	2	20	0.10	0.100	0.301	0
5	1	20	0.05	0.100	0.301	0
6	3	20	0.15	0.100	0.301	0
7	3	20	0.15	0.100	0.301	0
8	2	20	0.10	0.100	0.301	0
9	1	20	0.05	0.100	0.301	0
10	2	20	0.10	0.100	0.301	0
Σύνολο	20	200				

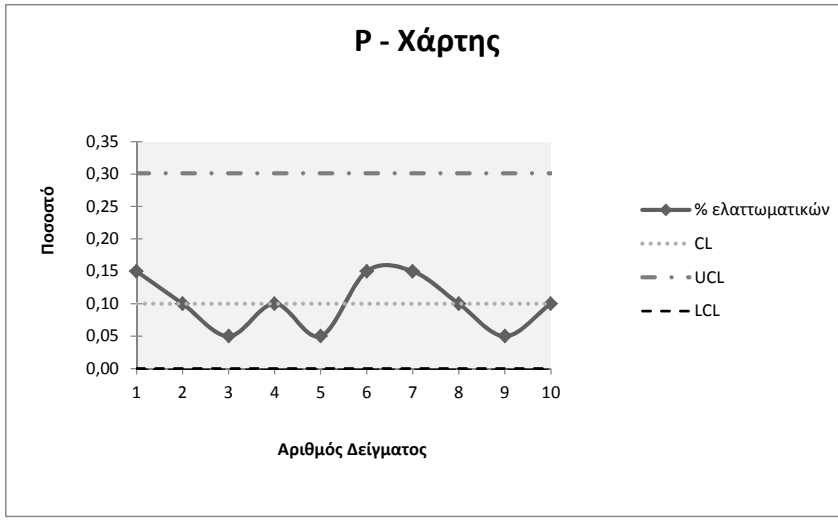
Σχήμα 2.1: Επίλυση του Παραδείγματος 2-1 στο Excel.

Κελί	Επεξήγηση
D7	B7/C7
E7	$B$17/$C$17
F7	$E$7+$B$3*$B$4
G7	IF($E$7-$B$3*$B$4>0;$E$7-$B$3*$B$4;0)
B4	SQRT(G11*(1-G11)/E11)

Σχήμα 2.2: Επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel του Παραδείγματος 2-1.

c-χάρτες ελέγχου

Η χρησιμοποίηση των *c-χαρτών ελέγχου ποιότητας* γίνεται, όταν θέλει κάποιος να ελέγξει τον αριθμό των ελαττωμάτων ανά μονάδα ελαττωματικού προϊόντος και το ποσοστό των ελαττωμα-



Σχήμα 2.3: Κατασκευή του *p*-χάρτη ελέγχου ποιότητας του Παραδείγματος 2-1 στο Excel.

τικών δεν μπορεί να υπολογιστεί. Ένα ελαττωματικό προϊόν μπορεί να έχει ένα ή περισσότερα ελαττώματα.

Μαθηματικό υπόβαθρο: Όπως και στους *p*-χάρτες ελέγχου ποιότητας, η κανονική κατανομή χρησιμοποιείται για να προσεγγίσει τον αριθμό των ελαττωμάτων ανά ελαττωματικό προϊόν. Ο αριθμός των ελαττωμάτων ανά ελαττωματική μονάδα προϊόντος ακολουθεί την κατανομή Poisson. Η διακύμανση (διασπορά) της κατανομής Poisson ισούται με τη μέση τιμή της. Και έτσι η τυπική απόκλιση υπολογίζεται ως η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής που αντιστοιχεί στο μέσο αριθμό των ελαττωμάτων ανά ελαττωματικό προϊόν (δείτε τη σχέση 2.6).

Για τους *c*-χάρτες ελέγχου ποιότητας, οι τύποι που δίνουν *το πάνω και κάτω όριο ελέγχου* είναι:

$$UCL_c = \overline{c} + z\sigma_c \quad (2.4)$$

$$LCL_c = \overline{c} - z\sigma_c \quad (2.5)$$

όπου:

$\bar{c}$ = ο μέσος αριθμός των ελαττωμάτων ανά ελαττωματική μονάδα
n = το μέγεθος του δείγματος σε κάθε δείγμα
z = ο αριθμός των τυπικών αποκλίσεων ($z = 3$ για όρια 99.73% και $z = 2$ για όρια 95.45%)
σ_c = η τυπική απόκλιση της δειγματικής κατανομής

Η τυπική απόκλιση της δειγματικής κατανομής δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_c = \sqrt{\bar{c}} \tag{2.6}$$

Παράδειγμα 2-2: Ο διευθυντής ενός ξενοδοχείου θέλει να ελέγξει και να μειώσει τον αριθμό των παραπόνων των πελατών του ξενοδοχείου. Ο παρακάτω Πίνακας 2.2 δίνει τον αριθμό των παραπόνων ανά μήνα που παρατηρήθηκαν σε ένα δείγμα 12 μηνών.

Πίνακας 2.2: Δεδομένα του Παραδείγματος 2-2.

Μήνας	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
# παραπόνων	3	2	3	1	3	3	2	2	3	1	3	4

Κατασκευάστε ένα c-χάρτη ελέγχου ποιότητας για τα δεδομένα αυτά.

Επίλυση:

$$\begin{aligned}
\bar{c} &= \text{ο μέσος αριθμός παραπόνων ανά εβδομάδα} \\
&= \frac{30}{12} = 2,5 \\
\sigma_c &= \sqrt{\bar{c}} = \sqrt{2,5} = 1,5811 \\
UCL_c &= \bar{c} + z\sigma_c = \bar{c} + z\sqrt{\bar{c}} = 2,5 + 3(1,5811) = 7,243 \\
LCL_c &= \bar{c} - z\sigma_c = \bar{c} - z\sqrt{\bar{c}} = 2,5 - 3(1,5811) = -2,243 \to 0
\end{aligned}$$

Επειδή δεν μπορεί το κάτω όριο να είναι αρνητικό, το βάζουμε ίσο με μηδέν.

Στα Σχήματα 2.4, 2.5, και 2.6, δίνονται η επίλυση του Παραδείγματος 2-2 στο Excel, η επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel και η κατασκευή του *c*-χάρτη ελέγχου ποιότητας, αντίστοιχα.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
6	**Τιμή z**	3			
7	**c**	2,5			
8	**σ**	1,5811			
9					
10	**Μήνας**	**# παραπόνων**	**CL**	**UCL**	**LCL**
11	1	3	2,5	7,243	0
12	2	2	2,5	7,243	0
13	3	3	2,5	7,243	0
14	4	1	2,5	7,243	0
15	5	3	2,5	7,243	0
16	6	3	2,5	7,243	0
17	7	2	2,5	7,243	0
18	8	2	2,5	7,243	0
19	9	3	2,5	7,243	0
20	10	1	2,5	7,243	0
21	11	3	2,5	7,243	0
22	12	4	2,5	7,243	0
23	**Σύνολο**	30			

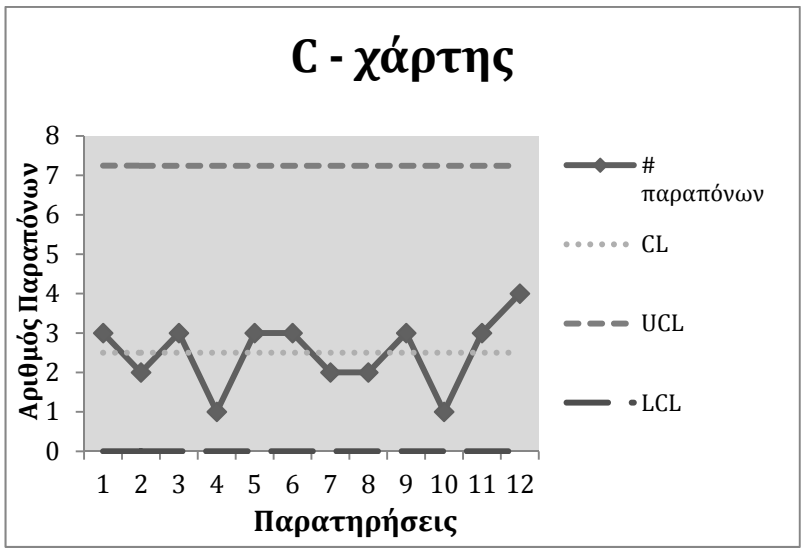
Σχήμα 2.4: Επίλυση του Παραδείγματος 2-2 στο Excel.

2.2.2 Χάρτες ελέγχου ποιότητας για μεταβλητές

Οι μεταβλητές που ενδιαφέρουν συνήθως στην παραγωγή είναι το βάρος, το μήκος, η ταχύτητα, η διάμετρος, κ.α., με κοινό

Κελί	Επεξήγηση
B7	B23/A22
B8	SQRT(B7)
C11	$B$7
D11	SQRT($B$7)*$B$6+$B$7
E11	IF($B$7-(SQRT($B$7)*$B$6)>0;$B$7-(SQRT($B$7)*$B$6);0)

Σχήμα 2.5: Επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel του Παραδείγματος 2-2.



Σχήμα 2.6: Κατασκευή του *c*-χάρτη ελέγχου ποιότητας του Παραδείγματος 2-2 στο Excel.

χαρακτηριστικό ότι παίρνουν τιμές σε ένα συνεχές διάστημα τιμών. Υπάρχουν δύο τύποι χαρτών ελέγχου ποιότητας για μεταβλητές: *οι* $\bar{x}$*-χάρτες ελέγχου ποιότητας* που μετρούν τις αλλαγές στη μέση τιμή (δίνεται στην υπο-ενότητα 2.2.2) και *οι R-χάρτες ελέγχου ποιότητας* που μετρούν τη διασπορά των τιμών γύρω από

τη μέση τιμή (δίνεται στην υπο-ενότητα 2.2.2). Οι δύο αυτοί χάρτες ελέγχου πηγαίνουν συνήθως μαζί ώς πακέτο μια και μετρούν τις δύο βασικές παραμέτρους: την κεντρική τάση και τη διασπορά.

$\overline{x}$-χάρτες ελέγχου

Μαθηματικό υπόβαθρο: Και πάλι το κεντρικό οριακό θεώρημα αποτελεί τη βάση των $\overline{x}$-χαρτών ελέγχου. Ανεξάρτητα από τις κατανομές του πληθυσμού (ομοιόμορφη, κανονική, βήτα, κ.α.), η καθεμία με την δική της μέση τιμή (μ) και τυπική απόκλιση (σ), η κατανομή των $\overline{x}$'s πάντοτε προσεγγίζει την κανονική κατανομή καθώς ο αριθμός των δειγμάτων αυξάνει, ανεξάρτητα αν το μέγεθος του κάθε δείγματος είναι μικρό.

Περίπτωση 1: Η πραγματική τυπική απόκλιση της διαδικασίας (όλου του πληθυσμού) είναι γνωστή. Για τους *$\overline{x}$-χάρτες ελέγχου ποιότητας, οι τύποι που δίνουν το πάνω και κάτω όριο ελέγχου* είναι:

$$UCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} + z\sigma_{\overline{x}} \quad (2.7)$$

$$LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} - z\sigma_{\overline{x}} \quad (2.8)$$

όπου:

$\overline{\overline{x}}$ = η μέση τιμή των δειγματικών μέσων $= \dfrac{\overline{x_1} + \overline{x_2} + \cdots + \overline{x_n}}{n}$

μ = η μέση τιμή του συνολικού πληθυσμού (της διαδικασίας)

σ = η τυπική απόκλιση του πληθυσμού (της διαδικασίας)

z = ο αριθμός των τυπικών αποκλίσεων της κανονικής κατανομής ($z = 3$ για όρια 99.73% και $z = 2$ για όρια 95.45%)

$\sigma_{\overline{x}}$ = η τυπική απόκλιση των δειγματικών μέσων $= \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Περίπτωση 2: Η πραγματική τυπική απόκλιση της διαδικασίας (όλου του πληθυσμού) δεν είναι γνωστή. Τότε, για τους *$\overline{x}$-χάρτες ελέγχου ποιότητας, οι τύποι που δίνουν το πάνω και κάτω όριο ελέγ-*

χου είναι:

$$UCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} + \mathrm{A}_2\overline{R} \quad (2.9)$$

$$LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} - A_2\overline{R} \quad (2.10)$$

όπου:

$\overline{R}$ = το μέσο εύρος των δειγμάτων $= \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n}$

R_i = εύρος για το i-στο δείγμα

A_2 = Παράγοντας για τον $\overline{x}$-χάρτη ελέγχου που δίνεται στον Πίνακα 2.3

$\overline{\overline{x}}$ = η μέση τιμή των δειγματικών μέσων

Παράδειγμα 2-3: Ο διευθυντής παραγωγής σε μια σοκολατοβιομηχανία αποφασίζει να ελέγξει το βάρος μιας συγκεκριμένης σοκολάτας. Παίρνει 10 δείγματα, το καθένα από 10 σοκολάτες. Ο Πίνακας 2.4 δίνει το μέσο βάρος για κάθε δείγμα και το εύρος του βάρους του κάθε δείγματος.

Κατασκευάστε ένα $\overline{x}$-χάρτη ελέγχου ποιότητας για τα δεδομένα αυτά γνωρίζοντας ότι η τυπική απόκλιση της διαδικασίας (του συνολικού πληθυσμού) είναι 0,8.

Επίλυση:

$$\overline{\overline{x}} = \frac{10{,}05 + 10{,}12 + 9{,}95 + 9{,}99 + 10{,}15 + 10{,}19 + 9{,}85 + 9{,}88 + 10{,}21 + 10{,}07}{10}$$

$$= \frac{100{,}46}{10} = 10{,}46$$

$$UCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} + z\sigma_{\overline{x}} = 10{,}046 + 3(0{,}08/\sqrt{10}) = 10{,}805$$

$$LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} - z\sigma_{\overline{x}} = 10{,}046 - 3(0{,}08/\sqrt{10}) = 9{,}287$$

Στα Σχήματα 2.7, 2.8, και 2.9, δίνονται η επίλυση του Παραδείγματος 2-3 στο Excel, η επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel και η κατασκευή του $\overline{x}$-χάρτη ελέγχου ποιότητας, αντίστοιχα, για γνωστό σ του πληθυσμού.

Δεδομένα	
Αριθμός δειγμάτων	10
Μέγεθος δείγματος	10
Τυπική απόκλιση πληθ.	0,8
z	3

			x̄ Διάγραμμα με γνωστό σ	
Δείγμα	**Μέσο βάρος (γραμ.)**	**Εύρος**	**UCL**	**LCL**
1	10,05	1	10,805	9,287
2	10,12	2	10,805	9,287
3	9,95	2	10,805	9,287
4	9,99	2,5	10,805	9,287
5	10,15	1,5	10,805	9,287
6	10,19	3	10,805	9,287
7	9,85	2	10,805	9,287
8	9,88	1,5	10,805	9,287
9	10,21	2,5	10,805	9,287
10	10,07	2	10,805	9,287
Μέσος όρος	10,046	2		

Σχήμα 2.7: Επίλυση του Παραδείγματος 2-3 στο Excel (το *σ* είναι γνωστό).

Κελί	**Επεξήγηση**
B22	AVERAGE(B12:B21)
C22	AVERAGE(C12:C21)
D12	$B$22+$C$7*($C$6/SQRT($C$5))
E12	$B$22-$C$7*($C$6/SQRT($C$5))

Σχήμα 2.8: Επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel του Παραδείγματος 2-3 (το *σ* είναι γνωστό).

Πίνακας 2.3: Παράγοντες για τον προσδιορισμό των ορίων ελέγχου για $\overline{x}$- και R-χάρτες.

Μέγεθος Δείγματος n	Παράγοντας για $\overline{x}$-χάρτη Μέσος παράγοντας A_2	Παράγοντες για R-χάρτη Κάτω εύρος D_3	Πάνω εύρος D_4
2	1,880	0	3,267
3	1,023	0	2,575
4	0,729	0	2,282
5	0,577	0	2,115
6	0,483	0	2,004
7	0,419	0,076	1,924
8	0,373	0,136	1,864
9	0,337	0,184	1,816
10	0,308	0,223	1,777
11	0,29	0,26	1,74
12	0,27	0,28	1,72
13	0,25	0,31	1,69
14	0,24	0,33	1,67
15	0,22	0,35	1,65
16	0,21	0,36	1,64
17	0,20	0,38	1,62
18	0,19	0,39	1,61
19	0,19	0,40	1,60
20	0,18	0,41	1,59
21	0,17	0,43	1,58
22	0,17	0,43	1,57
23	0,16	0,44	1,56
24	0,16	0,45	1,55
25	0,15	0,46	1,54

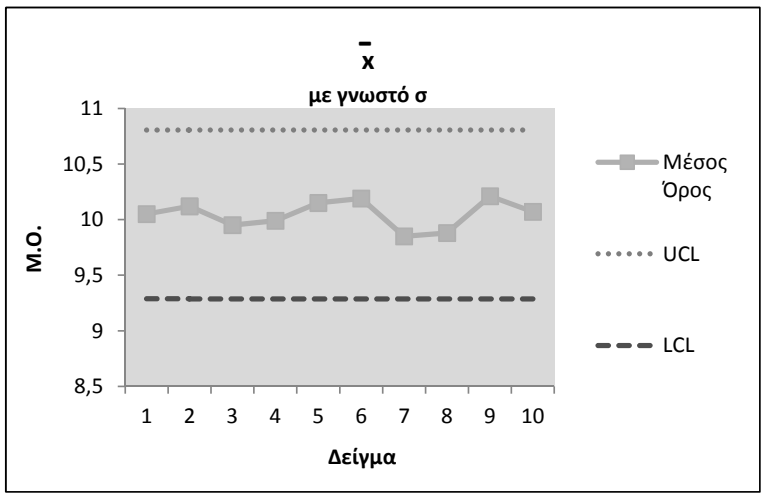
Σε περίπτωση που η τυπική απόκλιση της διαδικασίας (όλου του πληθυσμού) δεν είναι γνωστή, τότε

$$\begin{aligned}\overline{R} &= \frac{R_1 + R_2 + \cdots + R_n}{n} \\ &= \frac{1+2+2+2,5+1,5+3+2+1,5+2,5+2}{10} = \frac{20}{10} = 2,0\end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας τον Πίνακα 2.3, το πάνω και κάτω όριο ελέγχου

Πίνακας 2.4: Δεδομένα του Παραδείγματος 2-3.

Δείγμα	Μέσο βάρος σε gr ($\overline{x}$)	Εύρος του δείγματος (R)
1	10,05	1,00
2	10,12	2,00
3	9,95	2,00
4	9,99	2,50
5	10,15	1,50
6	10,19	3,00
7	9,85	2,00
8	9,88	1,50
9	10,21	2,50
10	10,07	2,00



Σχήμα 2.9: Κατασκευή του $\overline{x}$-χάρτη ελέγχου ποιότητας του Παραδείγματος 2-3 στο Excel (το σ είναι γνωστό).

για τους δειγματικούς μέσους υπολογίζονται ως εξής:

$$UCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} + \mathrm{A}_2\overline{R} = 10,046 + (0,308)(2) = 10,662$$
$$LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} - A_2\overline{R} = 10,046 - (0,308)(2) = 9,430$$

Στα Σχήματα 2.10, 2.11, 2.12, και 2.13, δίνονται η επίλυση του Παραδείγματος 2-3 στο Excel, η επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel, η κατασκευή του $\overline{x}$-χάρτη, και η κατασκευή του R-χάρτη ελέγχου ποιότητας, αντίστοιχα, για άγνωστο σ του πληθυσμού.

x̄ & R Διαγράμματα

Δεδομένα	
Αριθμός δειγμάτων	10
Μέγεθος δείγματος	10
Τυπική απόκλιση πληθ.	0.8
z	3

			x̄ Διάγραμμα με άγνωστο σ		*R Διάγραμμα*	
Δείγμα	**Μέσο βάρος (γραμ.)**	**Εύρος**	**UCL**	**LCL**	**UCL**	**LCL**
1	10.05	1	10.662	9.430	3.554	0.446
2	10.12	2	10.662	9.430	3.554	0.446
3	9.95	2	10.662	9.430	3.554	0.446
4	9.99	2.5	10.662	9.430	3.554	0.446
5	10.15	1.5	10.662	9.430	3.554	0.446
6	10.19	3	10.662	9.430	3.554	0.446
7	9.85	2	10.662	9.430	3.554	0.446
8	9.88	1.5	10.662	9.430	3.554	0.446
9	10.21	2.5	10.662	9.430	3.554	0.446
10	10.07	2	10.662	9.430	3.554	0.446
Μέσος όρος	10.046	2				

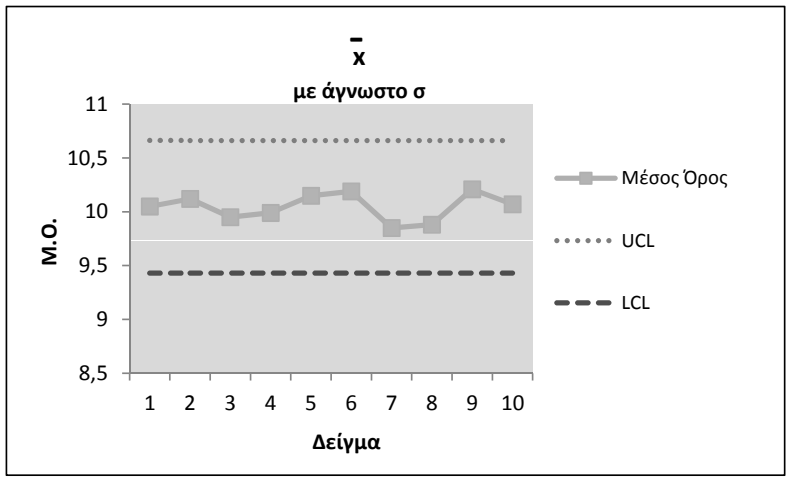
Σχήμα 2.10: Επίλυση του Παραδείγματος 2-3 στο Excel (το σ είναι άγνωστο).

R-χάρτης ελέγχου

Το εύρος των τιμών ενός δείγματος είναι η διαφορά μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης τιμής στο δείγμα. Το εύρος αυτό έχει να κάνει με τη μεταβλητότητα της διαδικασίας, αντί για τη συγκέντρωση των τιμών γύρω από τη μέση τιμή. Μπορεί σε μια διαδικασία η μέση τιμή των δειγμάτων να παραμένει η ίδια, αλλά η μεταβλητότητα μεταξύ των δειγμάτων να είναι πολύ μεγάλη. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται οι R-χάρτες ελέγχου για τον

Κελί	Επεξήγηση
B22	AVERAGE(B12:B21)
C22	AVERAGE(C12:C21)
D12	$B$22+0,308*$C$22
E12	$B$22-0,308*$C$22
F12	1,777*$C$22
G6	0,223*$C$22

Σχήμα 2.11: Επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel του Παραδείγματος 2-3 (το σ είναι άγνωστο).



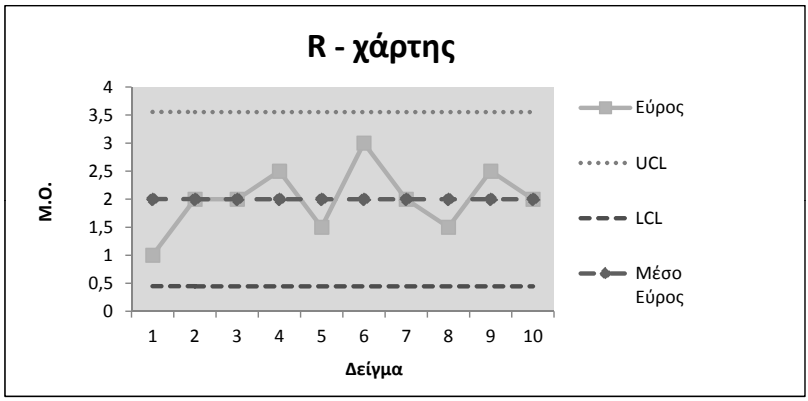
Σχήμα 2.12: Κατασκευή του $\overline{x}$-χάρτη ελέγχου ποιότητας του Παραδείγματος 2-3 στο Excel (το σ είναι άγνωστο).

έλεγχο της μεταβλητότητας, της διακύμανσης των τιμών. Η θεωρία είναι η ίδια όπως και για τους $\overline{x}$-χάρτες ελέγχου ποιότητας.

Οι τύποι για τον υπολογισμό των ορίων ελέγχου για τα εύρη των διαδικασιών είναι:

$$UCL_R = D_4\overline{R} \quad (2.11)$$

$$LCL_R = D_3\overline{R} \quad (2.12)$$



Σχήμα 2.13: Κατασκευή του R-χάρτη ελέγχου ποιότητας του Παραδείγματος 2-3 στο Excel (το σ είναι άγνωστο).

όπου:

$$UCL_R = \text{το πάνω όριο ελέγχου για το εύρος}$$
$$LCL_R = \text{το κάτω όριο ελέγχου για το εύρος}$$
$$D_3,\ D4 = \text{τιμές που δίνονται στον Πίνακα 2.3}$$

Παράδειγμα 2-4: Στο Παράδειγμα 2-3, το μέσο εύρος του βάρους της σοκολάτας είναι 2,0 γραμμάρια. Με μέγεθος δείγματος $n = 10$, το πάνω και κάτω όριο για τον R-χάρτη είναι:

$$UCL_R = D_4\overline{R} = (1,777)(2) = 3,554$$
$$LCL_R = D_3\overline{R} = (0,223)(2) = 0,446$$

Ο στατιστικός έλεγχος διαδικασίας απαιτεί και τους δύο χάρτες, τον $\overline{x}$-χάρτη και τον R-χάρτη για μια ολοκληρωμένη αποτίμηση, επειδή ο δειγματικός μέσος μπορεί να είναι εκτός ελέγχου, ενώ το εύρος να είναι υπό έλεγχο και αντίστροφα.

Βήματα για τη χρήση των $\overline{x}$- και R- χαρτών ελέγχου ποιότητας: Υπάρχουν πέντε βήματα που πρέπει κανείς να ακολουθήσει για τη χρήση των $\overline{x}$- και R-χαρτών ελέγχου ποιότητας:

1. Συγκεντρώστε 20-25 δείγματα με n=5 παρατηρήσεις για το κάθε δείγμα και υπολογίστε τη μέση τιμή και το εύρος για το κάθε δείγμα.

2. Υπολογίστε τις μέσες τιμές $\overline{\overline{x}}$, και $\overline{R}$ και τα όρια ελέγχου (πάνω και κάτω) για διάστημα εμπιστοσύνης 99,73% ($z = 3$ τυπικές αποκλίσεις της κανονικής κατανομής). Χρησιμοποιείστε τη μέση τιμή της διαδικασίας (μ του πληθυσμού) αν η διαδικασία δεν είναι υπό έλεγχο για τον υπολογισμό των ορίων ελέγχου.

3. Κάνετε το γράφημα των δειγματικών μέσων και των δειγματικών ευρών για να εξακριβώσετε, ότι τα μεγέθη αυτά δεν βγαίνουν έξω από τα αποδεκτά όρια.

4. Ελέγξτε σημεία που δείχνουν, ότι η διαδικασία είναι εκτός ελέγχου. Προσπαθείστε να βρείτε τις αιτίες των αποκλίσεων αυτών και επαναπροσδιορίστε τη διαδικασία ξεκινώντας την από την αρχή.

5. Συγκεντρώστε και άλλα δείγματα και αν είναι εφικτό επανακαθορίστε τα όρια ελέγχου χρησιμοποιώντας τα νέα δεδομένα.

Συνήθεις z-τιμές, δηλαδή, αριθμός τυπικών αποκλίσεων της κανονικής κατανομής που απαιτούνται για ένα επιθυμητό επίπεδο εμπιστοσύνης δίνονται στον Πίνακα 2.5.

Πίνακας 2.5: Συνήθεις z-τιμές.

Επιθυμητό όριο ελέγχου (%)	z-τιμή
90,0	1,65
95,0	1,96
95,45	2,00
96,0	2,05
97,0	2,17
98,0	2,33
99,0	2,58
99,73	3,00

2.3 Ικανότητα Διαδικασίας

Ικανότητα διαδικασίας είναι η δυνατότητα της διαδικασίας να παράγει προϊόντα ή υπηρεσίες σύμφωνα με τις προδιαγραφές σχεδίασης που τέθηκαν, είτε από τους μηχανικούς σχεδίασης, είτε από τους ίδιους τους πελάτες. Μπορεί μια διαδικασία να είναι υπό έλεγχο, αλλά το αποτέλεσμα της διαδικασίας, προϊόν ή υπηρεσία, να μην πληρεί τις σχεδιασμένες προδιαγραφές.

Υπάρχουν δύο μετρήσεις για να προσδιοριστεί αν μια διαδικασία είναι ικανή ή όχι: *Ο δείκτης ικανότητας της διαδικασίας,* C_p*, και ο δείκτης ικανότητας της διαδικασίας,* C_{pk}, που αναπτύσσονται στις επόμενες δύο υποενότητες.

2.3.1 Δείκτης ικανότητας διαδικασίας, C_p

Ο δείκτης ικανότητας διαδικασίας, C_p, ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβλητότητας (του εύρους των τιμών) των προδιαγραφών προς τη μεταβλητότητα (του εύρους των τιμών) της διαδικασίας και δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{\text{εύρος των προδιαγραφών}}{\text{εύρος της διαδικασίας}} \\ &= \frac{\text{Πάνω όριο προδιαγραφής} - \text{Κάτω όριο προδιαγραφής}}{6\sigma} \\ &= \frac{UCL - LCL}{6\sigma} \end{aligned} \tag{2.13}$$

Το εύρος της διαδικασίας υπολογίζεται ως το γινόμενο 6 τυπικών αποκλίσεων, επειδή οι περισσότερες μετρήσεις βρίσκονται στο διάστημα $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$, το οποίο δίνει ένα συνολικό εύρος 6 τυπικών αποκλίσεων.

Υπάρχουν 3 δυνατά εύρη τιμών για το μέγεθος C_p:

$C_p = 1$: Σημαίνει ότι η μεταβλητότητα της διαδικασίας ισούται με το εύρος των προδιαγραφών και *η διαδικασία είναι οριακά ικανή*.

$C_p \leq 1$: Σημαίνει ότι η μεταβλητότητα της διαδικασίας είναι έξω από το εύρος των προδιαγραφών και *η διαδικασία δεν είναι ικανή* να παράγει εντός προδιαγραφών και πρέπει να βελτιωθεί.

$C_p \geq 1$: Σημαίνει ότι η μεταβλητότητα της διαδικασίας είναι μέσα στο εύρος των προδιαγραφών και *η διαδικασία είναι ικανή*, ξεπερνώντας την ελάχιστη ικανότητά της.

Παράδειγμα 2-5: Σε μια ασφαλιστική εταιρεία η διαδικασία απαίτησης μιας συγκεκριμένης ασφάλειας έχει $\overline{\overline{x}}$ = 180 λεπτά και σ=0,5 λεπτά. Οι προδιαγραφές της εταιρείας για να ικανοποιεί τους πελάτες της είναι 180 $\pm$ 3 λεπτά. Βρείτε το δείκτη ικανότητας της διαδικασίας αυτής.

Επίλυση:

Τα πάνω και κάτω όρια προδιαγραφών είναι: USL = 180+3 = 183 λεπτά και LSL = 180-3=177 λεπτά. Και ο δείκτης ικανότητας της διαδικασίας, C_p, είναι:

$$C_p = \frac{UCL - LCL}{6\sigma} = \frac{183 - 177}{6(0,5)} = \frac{6}{3} = 2$$

Άρα η διαδικασία αυτή είναι πολύ ικανή.

2.3.2 Δείκτης ικανότητας διαδικασίας, C_{pk}

Ο δείκτης ικανότητας της διαδικασίας, C_p, είναι πολύ χρήσιμος στη μέτρηση της ικανότητας μιας διαδικασίας. Αλλά έχει ένα μειονέκτημα: υποθέτει ότι η μεταβλητότητα της διαδικασίας είναι ταυτισμένη με τη μεταβλητότητα των προδιαγραφών, πράγμα το οποίο δεν συμβαίνει πάντοτε στην πράξη. Σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται ένα άλλο μέγεθος για τη μέτρηση της ικανότητας της διαδικασίας, που λέγεται δείκτης ικανότητας της διαδικασίας C_{pk}.

Ο δείκτης ικανότητας διαδικασίας, C_{pk}, είναι ένα ποσοστό της μεταβλητότητας (3σ) μεταξύ του μέσου της διαδικασίας και του πλησιέστερου ορίου προδιαγραφών και ορίζεται από τη σχέση:

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right) \qquad (2.14)$$

όπου:

μ = η μέση τιμή της διαδικασίας
σ = η τυπική απόκλιση της διαδικασίας

Πάλι η τιμή του C_{pk} πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση της μονάδας για να είναι η διαδικασία ικανή.

Παράδειγμα 2-6: Μια μηχανή παράγει ένα προϊόν με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά: $USL = 11, LSL = 5, \mu$=6, σ=1. Υπολογίστε τους δύο δείκτες ικανότητας της διαδικασίας αυτής, C_p και C_{pk}, και συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

Επίλυση:

Ο δείκτης ικανότητας της διαδικασίας, C_p, είναι:

$$C_p = \frac{UCL - LCL}{6\sigma} = \frac{11-5}{6(1)} = \frac{6}{6} = 1$$

Άρα με βάση το κριτήριο αυτό η διαδικασία είναι οριακά ικανή. Αλλά, ο δείκτης ικανότητας της διαδικασίας, C_{pk}, είναι:

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \min\left(\frac{USL-\mu}{3\sigma}, \frac{\mu-LSL}{3\sigma}\right) \\ &= \min\left(\frac{11-6}{3(1)}, \frac{6-5}{3(1)}\right) \\ &= \min(1,67, 0,33) = 0,33 \end{aligned}$$

Άρα με βάση το κριτήριο αυτό, η διαδικασία δεν είναι ικανή. Ο λόγος που διαφέρουν τα δύο αυτά μεγέθη, C_p και C_{pk}, είναι ότι η διαδικασία δεν είναι ευθυγραμμισμένη με το εύρος των προδιαγραφών.

Στα Σχήματα 2.14 και 2.15, δίνονται η επίλυση του Παραδείγματος 2-5 και του Παραδείγματος 2-6 στο Excel και η επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel, αντίστοιχα.

2.4 Σύνοψη τύπων και εξισώσεων του Κεφαλαίου

1. Μέσος δείγματος:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

	A	B
1		
2		
3	**Cp**	
4	Μέσος χρόνος (λεπτά)	180
5	UCL	183
6	LCL	177
7	σ	0,5
8	**Cp**	2,00
9		
10		
11		
12		
13	**Cpk**	
14	Μέση τιμή	6
15	UCL	11
16	LCL	5
17	Τυπική απόκλιση	1
18	**Cp**	1
19	**Cpk**	0,33

Σχήμα 2.14: Επίλυση του Παραδείγματος 2-5 και του Παραδείγματος 2-6 στο Excel.

Κελί	**Επεξήγηση**
B8	(B5-B6)/(6*B7)
B18	(B15-B16)/6*B17
B19	MIN((B14-B16)/(3*B17); (B15-B14)/(3*B17))

Σχήμα 2.15: Επεξήγηση ορισμένων κελιών του Excel του Παραδείγματος 2-5 και του Παραδείγματος 2-6.

2. Τυπική απόκλιση ενός δείγματος:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

3. Όρια ελέγχου για χάρτες ποιοτικού ελέγχου μεταβλητών (ποσοτικών διαδικασιών):

   - $\overline{x}$-χάρτης ελέγχου ποιότητας, μέσος δείγματος, όταν η τυπική απόκλιση της κατανομής της διαδικασίας, σ, είναι γνωστή:

$$\text{Πάνω όριο ελέγχου} = UCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} + z\sigma_{\overline{x}}$$

$$\text{Κάτω όριο ελέγχου} = LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} - z\sigma_{\overline{x}}$$

   όπου:

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

   - $\overline{x}$-χάρτης ελέγχου ποιότητας, μέσος δείγματος, όταν η τυπική απόκλιση της κατανομής της διαδικασίας, σ, δεν είναι γνωστή:

$$\text{Πάνω όριο ελέγχου} = UCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} + A_2\overline{R}$$

$$\text{Κάτω όριο ελέγχου} = LCL_{\overline{x}} = \overline{\overline{x}} - A_2\overline{R}$$

   - R-χάρτης ελέγχου ποιότητας, εύρος δείγματος:

$$\text{Πάνω όριο ελέγχου} = UCL_R = D_4\overline{R}$$

$$\text{Κάτω όριο ελέγχου} = LCL_R = D_3\overline{R}$$

4. Όρια ελέγχου για χάρτες ποιοτικού ελέγχου ιδιοτήτων (ποιοτικών διαδικασιών):

   - p-χάρτης ελέγχου ποιότητας, ποσοστό ελαττωματικών:

$$\text{Πάνω όριο ελέγχου} = UCL_p = \overline{p} + z\sigma_{\hat{p}}$$

$$\text{Κάτω όριο ελέγχου} = LCL_p = \overline{p} - z\sigma_{\hat{p}}$$

   όπου:

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

- c-χάρτης ελέγχου ποιότητας, αριθμός ελαττωματικών:

$$\text{Πάνω όριο ελέγχου} = UCL_c = \overline{c} + z\sqrt{\overline{c}}$$

$$\text{Κάτω όριο ελέγχου} = LCL_c = \overline{c} - z\sqrt{\overline{c}}$$

- Δείκτης ικανότητας διαδικασίας, C_p:

$$\begin{aligned} C_p &= \frac{\text{εύρος των προδιαγραφών}}{\text{εύρος της διαδικασίας}} \\ &= \frac{UCL - LCL}{6\sigma} \end{aligned}$$

όπου:
$UCL =$ Πάνω όριο προδιαγραφής.
$LCL =$ Κάτω όριο προδιαγραφής.

- Δείκτης ικανότητας διαδικασίας, C_{pk}:

$$C_{pk} = \min\left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right)$$

2.5 Ασκήσεις

1. Ένας κατασκευαστής εργαλειομηχανών κατασκευάζει ένα ανταλλακτικό με μέση διάμετρο 0,56 εκατοστά. Πραγματοποιείται δειγματοληψία με δείγματα 6 ανταλλακτικών το καθένα. Το μέσο εύρος αυτών των δειγμάτων είναι 0,006 εκατοστά. Βρείτε το πάνω και κάτω όριο ποιοτικού ελέγχου.

2. Μια εταιρεία καφέ παράγει καφέ χωρίς καφεΐνη σε κουτιά. Κάθε κουτί πρέπει να περιέχει καθαρό βάρος 4 ουγγιών, αλλά αυτό εξαρτάται από τη μηχανή πλήρωσης των κουτιών. Ο υπεύθυνος διαλέγει τυχαία δείγματα των 8 κουτιών και καταγράφει τη μέση τιμή και το εύρος σε ουγγιές για κάθε δείγμα. Τα δεδομένα για αρκετά δείγματα δίνονται στον παρακάτω Πίνακα. Το ερώτημα είναι, αν η διαδικασία είναι υπό έλεγχο ή όχι.

Δείγμα	Εύρος Δείγματος	Μέση Τιμή Δείγματος	Δείγμα	Εύρος Δείγματος	Μέση Τιμή Δείγματος
1	0,41	4,00	5	0,56	4,17
2	0,55	4,16	6	0,62	3,93
3	0,44	3,99	7	0,54	3,98
4	0,48	4,00	8	0,44	4,01

3. Συχνά οι αεροπορικές εταιρείες μπερδεύουν τις βαλίτσες των πτήσεων. Μια αεροπορική εταιρεία τις τελευταίες 6 εβδομάδες μπέρδεψε 12, 10, 7, 9, 12 και 10 βαλίτσες, αντίστοιχα. Αναπτύξτε ένα c-χάρτη ελέγχου ποιότητας σε επίπεδο σημαντικότητας 99,73% (δηλαδή, για $z = 3$).

4. Μια εταιρεία κατασκευάζει καταλύτες για τις βενζινομηχανές αυτοκινήτων. Η εταιρεία έχει κάνει διάφορα πειράματα και βρήκε ότι η μέση τιμή είναι 8,01 γραμμάρια και η τυπική απόκλιση είναι 0,03. Οι τεχνικές προδιαγραφές είναι $\mu = 8,0$ και $\sigma = 0,04$, δηλαδή το πάνω όριο προδιαγραφών είναι USL=8,0+3(0,04) = 8,12, και το κάτω όριο προδιαγραφών είναι LSL=8,0-3(0,04) = 7,88. Ποιά είναι η ικανότητα της παραγωγικής διαδικασίας, C_{pk}, της εταιρείας αυτής;

5. Ο διευθυντής ποιοτικού ελέγχου μιας εταιρείας πήρε δέκα δείγματα με τέσσερις παρατηρήσεις: Π1, Π2, Π3, και Π4, για το καθένα. Τα δεδομένα και οι υπολογισμένες μέσες τιμές δίνονται στον παρακάτω Πίνακα.

Αριθμός Δείγματος	Π1	Π2	Π3	Π4	Μέση Τιμή $\overline{x}$
	Π1	Π2	Π3	Π4	
1	12,5	12,3	12,6	12,7	12,525
2	12,8	12,4	12,4	12,8	12,600
3	12,1	12,6	12,5	12,4	12,400
4	12,2	12,6	12,5	12,3	12,400
5	12,4	12,5	12,5	12,5	12,475
6	12,3	12,4	12,6	12,6	12,475
7	12,6	12,7	12,5	12,8	12,650
8	12,4	12,3	12,6	12,5	12,450
9	12,6	12,5	12,3	12,6	12,500
10	12,1	12,7	12,5	12,8	12,525
				Σύνολο	125,00

   Αν η τυπική απόκλιση της διαδικασίας είναι 0,2 ουγγιές, αναπτύξτε τα όρια του ποιοτικού ελέγχου 3 τυπικών αποκλίσεων για τη διαδικασία αυτή.

6. Ο διευθυντής του ποιοτικού ελέγχου του προηγούμενου παραδείγματος πήρε τέσσερα δείγματα με πέντε παρατηρήσεις το καθένα. Αν το μέσο εύρος των τεσσάρων δειγμάτων είναι 0,2 ουγγιές και η μέση τιμή των μέσων τιμών των παρατηρήσεων είναι 12,5 ουγγιές, αναπτύξτε όρια ελέγχου 3 τυπικών αποκλίσεων για τη διαδικασία αυτή. *Σημείωση*: Η τιμή του παράγοντα A_2 βρίσκεται από τον Πίνακα 2.3.

7. Σε συνέχεια της παραπάνω άσκησης, παίρνονται δέκα δείγματα από πέντε παρατηρήσεις το καθένα και το μέσο εύρος βρέθηκε ίσο με 0,3 ουγγιές. Αναπτύξτε όρια ελέγχου 3 τυπικών αποκλίσεων για το εύρος του δείγματος. *Σημείωση*: Οι τιμές των παραγόντων D_3, D_4 βρίσκονται από τον Πίνακα 2.3.

8. Ο διευθυντής παραγωγής ενός εργοστασίου που παράγει ένα προϊόν έλεγξε τα ελαττωματικά προϊόντα σε 10 τυχαία

δείγματα των 30 παρατηρήσεων το καθένα. Τα αποτελέσματα του ελέγχου αυτού δίνονται στον παρακάτω Πίνακα.

Αριθμός Δείγματος	Αριθμός ελαττωματικών	Αριθμ. παρατηρήσεων στο δείγμα
1	1	30
2	3	30
3	3	30
4	1	30
5	0	30
6	5	30
7	1	30
8	1	30
9	1	30
10	1	30
Σύνολο	17	300

Κατασκευάστε ένα χάρτη ποιοτικού ελέγχου 3 τυπικών αποκλίσεων ($z = 3$).

9. Μια εταιρεία παγωγής χαρτιού παράγει χαρτί για τις εκδοτικές εταιρείες που βγάζουν εφημερίδες και περιοδικά. Στο τελικό στάδιο του ποιοτικού ελέγχου το χαρτί ελέγχεται από μια μηχανή που μετρά διάφορα ποιοτικά χαρακτηριστικά. Όταν η διαδικασία είναι σε έλεγχο, υπάρχουν 20 ελαττώματα ανά ρολό χαρτιού.

   (i) Κατασκευάστε ένα χάρτη ποιοτικού ελέγχου για τον αριθμό των ελαττωματικών ανά ρολό χαρτιού. Χρησιμοποιείστε όρια ελέγχου δύο τυπικών αποκλίσεων.

   (ii) Αν το τελευταίο ρολό που ελέγχθηκε περιείχε 27 ελαττώματα, είναι η διαδικασία υπό έλεγχο;

   (iii) Αν το τελευταίο ρολό που ελέγχθηκε περιείχε μόνον 5 ελαττώματα, είναι η διαδικασία υπό έλεγχο;

10. Τρεις μηχανές ενός εργοστασίου ελέγχονται για την ικανότητα παραγωγής τους. Δίνονται τα εξής δεδομένα.

Μηχανή	Τυπική Απόκλιση
M1	0,2
M2	0,3
M3	0,05

Αν οι προδιαγραφές είναι μεταξύ 12,35 και 12,65 ουγγιές, βρείτε ποιές από τις μηχανές αυτές είναι ικανές να παράγουν μέσα στις προδιαγραφές. *Σημείωση*: Υπολογίστε την ικανότητα διαδικασίας όλων των μηχανών και αν για κάποια μηχανή ισχύει: $C_p \geq 1$ τότε η μηχανή αυτή είναι ικανή να παράγει μέσα στις προδιαγραφές.

11. Μια εταιρεία παράγει ένα προϊόν. Η υπεύθυνη ποιοτικού ελέγχου πήρε 5 δείγματα από 4 παρατηρήσεις το καθένα όπως δίνονται στον παρακάτω Πίνακα.

Αριθμός Δείγματος	Π1	Π2	Π3	Π4
1	604	612	588	600
2	597	601	603	607
3	570	581	592	585
4	605	620	588	595
5	614	590	604	608

(α) Υπολογίστε τα όρια ποιοτικού ελέγου για τον R-χάρτη και τον $\overline{x}$-χάρτη ελέγχου ποιότητας.

(β) Επειδή εν τω μεταξύ προσλήφθηκαν ορισμένοι νέοι εργαζόμενοι, η υπεύθυνη ποιοτικού ελέγχου έκανε άλλη μια δειγματοληψία και πήρε τα εξής αποτελέσματα: 570, 603, 623, 583. Είναι η διαδικασία της παραγωγής υπό έλεγχο;

12. Ένα πτηνοτροφείο διαφημίζει τα κοτόπουλά του ότι έχουν 30% λιγότερες θερμίδες. Για να είναι ένα κοτόπουλο χαμηλών θερμίδων, πρέπει η κατανομή των θερμίδων του στήθους του κοτόπουλου να έχει μέση τιμή 420 θερμίδες και τυπική απόκλιση (του πληθυσμού) 25 θερμίδες. Το πτηνοτροφείο παίρνει δείγματα από έξι στήθη κοτόπουλων για να μετρήσει την ποσότητα των θερμίδων.

(i) Σχεδιάστε ένα $\overline{x}$-χάρτη χρησιμοποιώντας την τυπική απόκλιση της διαδικασίας.

(ii) Οι προδιαγραφές του προϊόντος είναι να περιέχει 400 $\pm$ 100 θερμίδες. Υπολογίστε τους δύο δείκτες ικανότητας της διαδικασίας, C_p και C_{pk}.

13. Σε ένα εργοστάσιο ο χειριστής μιας μηχανής πήρε είκοσι δείγματα των 200 παρατηρήσεων το καθένα για να ελέγξει την παραγωγική διαδικασία. Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων που βρέθηκαν δίνονται στον παρακάτω Πίνακα.

Δείγμα	# Ελαττωμ.	Ποσοστό	Δείγμα	# Ελαττωμ.	Ποσοστό
1	12	0,060	11	16	0,080
2	18	0,090	12	14	0,070
3	10	0,050	13	12	0,060
4	14	0,070	14	16	0,080
5	16	0,080	15	18	0,090
6	19	0,095	16	20	0,100
7	17	0,085	17	18	0,090
8	12	0,060	18	20	0,100
9	11	0,055	19	21	0,105
10	14	0,070	20	22	0,110

Σημείωση: Το ποσοστό του πρώτου δείγματος = 12/200 = (12 X 5)/(200 X 5) = 60/1.000 = 0,060. Η υπεύθυνη της παραγωγής θέλει να αναπτύξει ένα p-χάρτη χρησιμοποιώντας όρια ελέγχου 3σ. Σχεδιάστε τον p-χάρτη ελέγχου ποιότητας και δείτε αν η διαδικασία βγήκε εκτός ελέγχου σε κάποιο σημείο ή όχι.